

## QUELLENKUNDE

# ARCHIMEDES UND DIE STABILITÄT VON SCHIFFEN

VON HORST NOWACKI

### *Einleitung*

Archimedes (geb. ca. 287, gest. 212 v. Chr.) gilt bei vielen als der hervorragendste Mathematiker, Mechaniker und Ingenieurwissenschaftler der Antike. Dennoch sind biographische Anekdoten über ihn und Legenden zu seinen technischen Erfindungen viel bekannter als seine eigentlichen wissenschaftlichen Leistungen. Er wird viel bewundert, aber seine überlieferten Schriften werden wenig gelesen. So ist auch seine berühmte Schrift »Über schwimmende Körper«, die sich mit dem Gleichgewicht und der hydrostatischen Stabilität von schwimmenden Verdrängungskörpern befaßt, selbst in der schiffstechnischen Fachwelt wenig bekannt. Die grundlegenden Beiträge von Archimedes zur Stabilitätsbewertung von Schwimmkörpern und damit auch Schiffen nach dem Kriterium eines positiven Hebelarms zwischen Auftriebs- und Verdrängungskraft werden selten erwähnt. Daher sollen hier seine Schriften in Erinnerung gebracht und seine Gedankengänge aus heutiger Sicht gewürdigt werden; denn es ist lohnend, sich dieser Wurzeln moderner Naturwissenschaft und Technik in der Antike zu erinnern.

Historische Rekonstruktionen zu Archimedes beruhen zwangsläufig auf mageren Quellen. Unser Wissen über sein Leben und seine Werke stammt meist von Historikern und Biographen, die fast alle mehrere Jahrhunderte nach ihm gelebt haben. Zum Glück sind uns jedoch viele, wenn auch nicht alle seiner wissenschaftlichen Arbeiten in kopierten Schriften überliefert. Hierzu gehört auch seine Abhandlung »Über schwimmende Körper«, die grundlegend für Gleichgewicht und Stabilität von Systemen ist, die an der Oberfläche oder im Innern von Flüssigkeiten schwimmen. Daher können wir die von Archimedes entwickelten physikalischen Grundlagen und Berechnungsverfahren der Hydrostatik in seiner eigenen Darstellung lesen und mit dem heutigen Entwicklungsstand direkt vergleichen.

Archimedes stand sicher unter dem Einfluß unmittelbarer Vorgänger wie z.B. von Aristoteles hinsichtlich des Interesses an der Physik und von Euklid im Hinblick auf strenge geometrische Beweistechnik. Aber davon ausgehend schuf er dennoch seine eigene, unverwechselbare Vorgehensweise, welche die logische Disziplin der Griechen mit praktischer Beobachtung und mit damals unüblichen induktiven Schlußweisen verbindet. Als deduktiv arbeitender Wissenschaftler war sein Standpunkt etwa: »Wenn einige wenige, axiomatische Voraussetzungen über die Eigenschaften von Flüssigkeit und von Verdrängungskörpern getroffen sind und die Form und Anordnung der gegebenen Objekte bekannt ist, dann ist es möglich, mit der gleichen Strenge wie in den »Elementen« des Euklid, d.h. allein mit geometrischen Argumenten, das physikalische Verhalten physikalischer Systeme deduktiv vorherzusagen«.

Andererseits war Archimedes ein geschickter Experimentator und ideenreicher Ingenieur, der Erscheinungen in der Natur sorgfältig beobachtete, ehe er eine Gesetzmäßigkeit formulierte. In seiner erst 1906 wiederentdeckten Schrift »Des Archimedes Methodenlehre von den mechanischen Lehrsätzen an Eratosthenes« (kurz: »Die Methode«) legt er ganz offen dar, wie er von Beobachtungen mechanischer Systeme zu einer verallgemeinerten Arbeitshypothese gelangt, die er anschließend allerdings streng deduktiv durch Gedankenexperimente und geometrische Schlüsse aus Axiomen allein zu beweisen versucht. Allerdings hat er in seinen übrigen überlieferten Schriften, dem platonischen Geist seiner Zeit folgend, nur die deduktive Beweisführung publiziert. Auf einem solchen Vorgehen beruht auch seine Darstellung der Grundgesetze der Hydrostatik in »Über schwimmende Körper«.

Zu dieser Schrift existierte für die Wissenschaft viele Jahrhunderte nur ein Zugang über eine lateinische Übersetzung aus dem 13. Jahrhundert. Erst 1906 wurde in einem Kloster in Konstantinopel ein Palimpsest aus dem 10. Jahrhundert wiederentdeckt, der u.a. eine griechische Originalversion dieser Schrift in recht guter Qualität enthält, die damals sogleich transkribiert und übersetzt wurde. Nachdem dieser Palimpsest lange verschollen war, tauchte er überraschend 1998 auf einer Auktion in den USA wieder auf und befindet sich inzwischen am Walters Art Museum in Baltimore in einer erneuten Auswertung mit modernen optisch-elektronischen Methoden. Seitdem ist in der Öffentlichkeit und Fachwelt ein reges neues Interesse an diesem Manuskript erwacht, und man sieht den Ergebnissen der Auswertung mit viel Interesse entgegen. Auf die Geschichte der verfügbaren Archimedes-Quellen zum vorliegenden Thema wird dieser Artikel ebenfalls eingehen.

Im wesentlichen wird sich diese Arbeit auf die bleibenden Beiträge des Archimedes zur hydrostatischen Stabilität schwimmender Körper konzentrieren und dabei die folgenden Fragen näher untersuchen:

- Wie ist Archimedes vorgegangen, um die Prinzipien der Hydrostatik schwimmender Systeme deduktiv aus wenigen Axiomen durch Gedankenexperiment herzuleiten?
- Wie ist ihm das ohne Verfügbarkeit der Integralrechnung gelungen?
- Gelten seine Ergebnisse für Körper beliebiger Form?
- Wie wurden seine Erkenntnisse niedergeschrieben, kopiert, durch das Mittelalter überliefert und in der Renaissance wiederentdeckt?
- Welchen Einfluß hat das Wissen des Archimedes auf die Neubegründung der Schiffshydrostatik im 18. Jahrhundert vor allem durch Pierre Bouguer und Leonhard Euler ausgeübt?

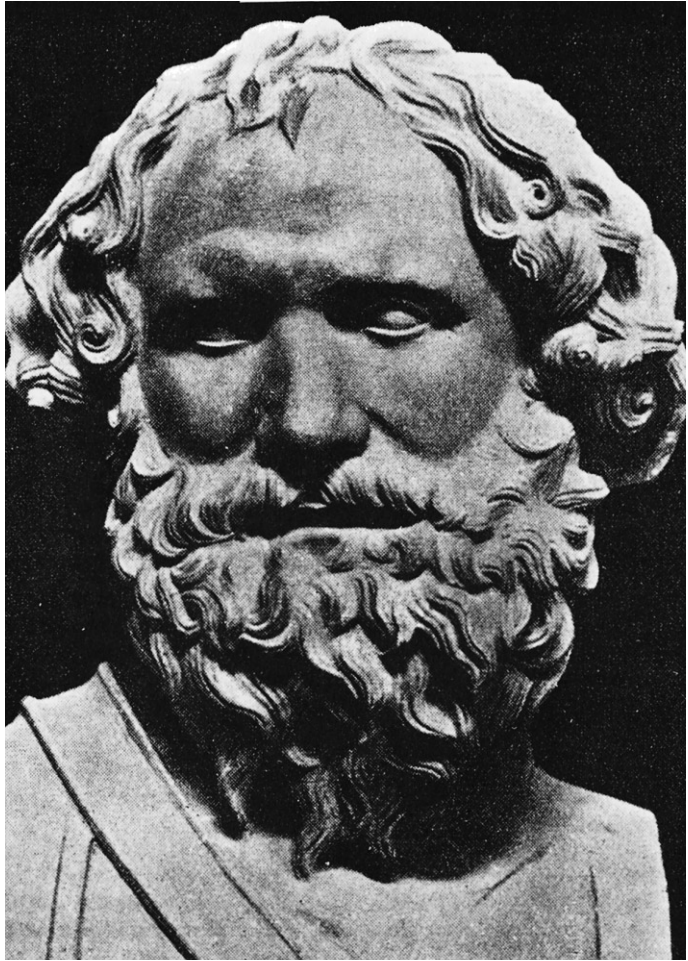
Somit werden in den beiden Hauptabschnitten des Artikels die eigenen wissenschaftlichen Beiträge des Archimedes zur hydrostatischen Stabilität und sodann die Auswirkungen seines Erbes auf seine modernen Nachfolger behandelt.

## *Archimedes' Leben und Werk*

### Kurze Biographie

Archimedes' wissenschaftliches Werk ist durch seine überlieferten Schriften recht authentisch, wenn auch nicht vollständig belegt. Dagegen besteht weit weniger historische Gewißheit über die Fakten seines Lebenslaufs und über seine legendären technischen Erfindungen. Solche Informationen sind uns nur ungenau und lückenhaft von Schriftstellern überliefert worden, die nicht seine Zeitgenossen waren, sondern in den meisten Fällen lange

Abb. 1 *Büste des Archimedes im Deutschen Museum München. Aus: H. Meschkowski: Denkweisen großer Mathematiker. Ein Weg zur Geschichte der Mathematik. Braunschweig 1990, S. 27.*



nach ihm lebten. Hierzu gehören Polybios, Livius, Diodor von Sizilien (»bibliotheca historica«), Vitruv (»de architectura«), dann vor allem Plutarch (»Vitae«; vgl. Literaturverzeichnis) und noch später Kommentatoren wie Pappus von Alexandria (»mathematicae synagogae«, um 320 n. Chr.), Proclus und Eutokios von Askalon. Tabelle 1 verdeutlicht, daß die Quellen, die von diesen Historikern und Kommentatoren stammen, einen Zeitraum von etwa acht Jahrhunderten nach dem Tod des Archimedes umspannen. Viele dieser Berichte sind nicht nachprüfbar und grenzen an Legende. Daher beschränke ich mich hier auf ein Skelett von Tatsachen, die weitgehend unumstritten sind.

Archimedes (geb. ca. 287, gest. 212 v. Chr.) war geboren, lebte und starb in Syrakus, einer dorisch-griechischen Kolonie auf Sizilien. Sein Todesjahr ist genau datiert: Als Syrakus im Zweiten Punischen Krieg auf der Seite der Karthager kämpfte und nach langer Belagerung 212 v. Chr. von der römischen Armee unter Konsul Marcellus eingenommen wurde, wurde Archimedes von einem römischen Soldaten erschlagen. Sein Geburtsjahr ergibt sich nur indirekt, wenn man Tzetzes, einem byzantinischen Schriftsteller des 12. Jahrhunderts, folgt, der in seinem Hexameter-Epos »Chiliades« behauptet, Archimedes sei bei seinem Tode 75 Jahre alt gewesen.

Thales von Milet (624–544 v. Chr.)	Polybios (201–120 v. Chr.)
Pythagoras (580–496 v. Chr.)	Cicero am Grabe in Syrakus (75 v. Chr.)
Demokrit (ca. 460–ca. 360 v. Chr.)	Livius (59–17 v. Chr.)
Zeno von Elea (490–430 v. Chr.)	Vitruv (ca. um Christi Geburt)
Plato (427–347 v. Chr.)	Diodor von Sizilien (ca. um Christi Geburt)
Eudoxos (410–356 v. Chr.)	Plutarch (46–120 n. Chr.)
Aristoteles (384–322 v. Chr.)	Pappus von Alexandria (290 n. Chr.)
Euklid (365 v. Chr.–?)	Serapeion-Bibliothek abgebrannt (391 n. Chr.)
Alexandria gegründet 332 v. Chr.	Proclus (400 – ca. 485 n. Chr.)
Mouseion in Alexandria (286–47 v. Chr.)	Eutokios von Askalon (530–600 n. Chr.)
Eratosthenes (284–204 v. Chr.)	Tzetzes, byzantinischer Schriftsteller (12. Jh.)

Tab. 1 *Chronologie der Vorläufer, Zeitgenossen, Historiker und Kommentatoren des Archimedes.*

Archimedes war der Sohn des Phidias, eines Astronomen, den er in seiner Schrift »Die Sandzahl« erwähnt. Er erhielt offenbar eine gut fundierte wissenschaftliche Ausbildung, vor allem in Philosophie und Mathematik, die damals bald nach Plato und Aristoteles in der Zeit des frühen Hellenismus noch eine zusammenhängende Disziplin bildeten. Wahrscheinlich verbrachte Archimedes einen längeren Studienaufenthalt in Alexandria, der von Alexander 332 v. Chr. gegründeten Stadt in Ägypten, wie Diodor ausdrücklich erwähnt. Alexandria hatte sich zu Beginn des Hellenistischen Zeitalters schnell zum führenden wissenschaftlichen Zentrum der antiken Welt im Mittelmeerraum entwickelt. Das Mouseion, 286 v. Chr. gegründet, wo viele namhafte Wissenschaftler zusammenlebten und -arbeiteten, baute in seiner berühmten Bibliothek eine umfassende Sammlung von Manuskripten auf, die bald mehrere zehntausend Schriftrollen umfaßte, und diente auch als Drehscheibe für das Sammeln, Kopieren und Verteilen dieses Wissens in der antiken Welt. Euklid soll als erster die mathematische Abteilung dieser Bibliothek geleitet haben. Archimedes traf dort offenbar viele seiner Schüler. Er lernte u.a. Conon, Dositheos, Aristarch und Eratosthenes dort kennen, berühmte Mathematiker und Astronomen dieser Zeit, mit denen er persönliche Freundschaften schloß und einen lebenslangen Briefwechsel unterhielt. Er sandte ihnen später seine neuen Manuskripte zu und machte diese dadurch wahrscheinlich auch anderen in der antiken wissenschaftlichen Welt zugänglich.

So erklärt sich, daß Archimedes' Denken in seiner mathematischen Methodik fest auf den Grundlagen der Traditionen logischer Strenge im Stile von Plato, Eudoxus, Aristoteles und Euklid beruhte, worin nur rein deduktive Beweise aus möglichst wenigen Axiomen anerkannt waren. Archimedes dachte aber auch als Naturwissenschaftler und Ingenieur und brachte seine kreative Phantasie bei der Lösung wissenschaftlicher Aufgaben zur Anwendung, indem er auf sorgfältiger Beobachtung der Natur aufbaute und daraus mit Hilfe empirisch-deduktiver Argumente zumindest Arbeitshypothesen entwickelte, die es dann deduktiv zu beweisen galt. So war er in der ihn kennzeichnenden Art in der Lage, zwei Denkweisen zu verbinden und empirisch fundierte Modellbildung und logische Schlußweisen, induktive und deduktive Argumentationen in sich ergänzenden Rollen einzusetzen, um Aufgaben der Mathematik, der Mechanik und der Technik zu lösen. Hierin liegt eine seiner bedeutendsten Leistungen.

Obwohl Archimedes in seinen Schriften gegenüber Dingen von praktischem Nutzen eine platonisch-distanzierte, mindestens gleichgültige, wenn nicht sogar etwas herablassende Haltung einnimmt, so ist er doch de facto gerade durch seine ausgezeichneten Erfolge in der technischen Anwendung wissenschaftlicher Prinzipien berühmt geworden. Er

wurde legendär gerade auch als Erfinder und Anwender zahlreicher mechanischer, hydraulischer und technischer Geräte. Zu den bekanntesten, die man ihm mehr oder weniger sicher zuschreiben kann, gehören:

- Die Archimedische Schraube (eine Endlosspirale als Schraubepumpe, *cochlia*), die zur Bewässerung von Feldern und als Lenzpumpe in Bergwerken und auf Schiffen eingesetzt worden sein soll.
- Ein System von Winden und Mehrfach-Flaschenzügen, mit denen er allein und eigenhändig die Großgaleere SYRAKOSIA des Königs Hieron vom Stapel gezogen haben soll (vgl. L. Sprague de Camp: *The Ancient Engineers*. New York 1960).
- Eine hydraulische Orgel.
- Ein System von Kranen und Hebeln, mit denen er während der Belagerung von Syrakus feindliche Schiffe aus dem Hafenbecken gezogen haben soll, um sie dann fallenzulassen und zu zerstören.
- Katapulte für den Beschuß der römischen Belagerer von Syrakus mit einfachen und mehrfachen Projektilen auf nahe und weite Entfernungen.
- Ein mechanisches Planetarium, das die Bewegungen der Sonne, des Mondes und der Planeten an der Himmelssphäre darstellte, realistisch synchronisiert und unter Berücksichtigung der Mondphasen. Cicero gibt an, zwei solche Geräte um 75 v. Chr. in Rom gesehen zu haben, die aus der Kriegsbeute des Marcellus in Syrakus stammten.



Abb. 2 *Archimedes' Tod*. Mosaik aus *Herculaneum*, vor 79 n. Chr. Aus: E. J. Dijksterhuis: *Archimedes*. Deel I. Groningen 1938, S. X.

Die Berichte über Archimedes' Tod unterscheiden sich in vielen Einzelheiten, aber es besteht wesentliche Übereinstimmung dahingehend, daß er von einem römischen Soldaten während der Plünderung nach dem Fall von Syrakus erschlagen wurde, obwohl der römische Befehlshaber Marcellus die Anweisung ausgegeben hatte, sein Leben zu schonen. Die meisten Berichte stimmen auch darin überein, daß er damit beschäftigt war, eine geometrische Figur zu analysieren, die er in den Sand, wahrscheinlich in seiner Sandkiste, gezeichnet hatte, als der Soldat eintraf (Abb. 2). Ob er dann gesagt hat »Laß mich den Beweis beenden!« oder »Störe meine Kreise nicht!« oder »Triff den Kopf, aber nicht die Zeichnung!«, gehört in den Bereich der Legenden und ihrer Ausschmückung.

### Erhaltene Schriften

Die wissenschaftlichen Schriften des Archimedes sind uns aus hellenistischer Zeit über das Mittelalter bis zum Wiedererwachen des Interesses an Archimedes in der Renaissance durch handschriftliche Kopien auf griechisch sowie durch arabische und lateinische Übersetzungen überliefert worden, nach etwa 1500 auch durch gedruckte Reproduktionen. So blieb zum Glück ein großer Teil seiner Arbeiten erhalten, aber manche Abhandlungen sind nachweislich auch verloren gegangen. Die Geschichte der erhaltenen Quellen beschreibt der Abschnitt »Manuskripte und Drucke« weiter unten.

Die altphilologische Forschung hat – hauptsächlich in ihrer Blütezeit zu Ende des 19. und zu Beginn des 20. Jahrhunderts – die erhaltenen griechischen und die in Übersetzungen vorliegenden lateinischen Quellentexte sorgfältig dokumentiert und diese Werke annähernd vollständig in moderne Sprachen übersetzt. Gesammelte Werke des Archimedes sind speziell auf englisch, französisch und deutsch erschienen. Die damals erstellten Transkriptionen und Übersetzungen, die von J. L. Heiberg, T. L. Heath, P. Ver Eecke und A. Czwaliina stammen, sind bis heute als klassische Quellen anerkannt und trotz einiger Lücken und Fehler immer noch aktuell. Sie umfassen auch die in Konstantinopel 1906 von J. L. Heiberg wiederentdeckten Texte, wie sie von ihm selbst rekonstruiert und transkribiert worden sind. Derselbe seit ca. 1922 verschollene Palimpsest tauchte 1998 wieder auf und wird in den USA erneut ausgewertet (vgl. den Abschnitt »Zur Geschichte des Codex C«). Tabelle 2 gibt eine Aufstellung der erhaltenen Schriften des Archimedes, basierend auf den von Heiberg, Heath, Ver Eecke und Dijksterhuis erstellten Übersichten. Die Numerierung in der ersten Spalte entspricht der Reihenfolge, in der diese Schriften in Gesammelten Werken erscheinen, die letzte Spalte enthält eine Rekonstruktion der wahrscheinlichen Reihenfolge des Erscheinens dieser Abhandlungen (nach T. L. Heath: *The Works of Archimedes*. New York 1953, und E. J. Dijksterhuis: *Archimedes*. Deel I. Groningen 1938). Von diesen Schriften sind die folgenden relevant für diesen Artikel, denn die darin beschriebenen Methoden führen systematisch zur Herleitung eines Kriteriums für die Stabilität schwimmender Körper:

- »Über das Gleichgewicht ebener Flächen«, Buch I und II, worin Archimedes sich mit dem Hebelgesetz und seinen Anwendungen in der Geometrie und Mechanik befaßt, insbesondere bei der Bestimmung und Verschiebung von Schwerpunkten.
- »Die Quadratur der Parabel«, wo ein Beispiel gegeben wird, wie eine Quadratur nach dem Exhaustionsverfahren, d.h. ohne Integralrechnung durchgeführt wird.
- »Die Methode ...«, worin Archimedes sein auf der Mechanik und der Geometrie beruhendes Verfahren für Aufgaben der Stereometrie darlegt (Volumina und ihre Schwerpunkte).
- »Über schwimmende Körper«, Buch I und II, mit der Herleitung des Prinzips der Hydrostatik und der Formulierung eines Stabilitätskriteriums für ein schwimmendes Objekt.

Es ist offensichtlich kein Zufall, daß diese logischen Schritte zum Stabilitätskriterium auch der chronologischen Reihenfolge dieser Abhandlungen entsprechen. Denn Archimedes brauchte bestimmte Methoden und Ergebnisse aus seinen Vorarbeiten, um seine Folgerungen zur hydrostatischen Stabilität abzuleiten. Wir werden daher hier denselben Weg verfolgen und einige Resultate aus den früheren Arbeiten herausziehen, bevor wir zur Herleitung der hydrostatischen Stabilitätskriterien zurückkehren.

Position	Titel	Wahrscheinliche Reihenfolge
1	»Kugel und Zylinder«, Buch I and II	(5)
2	»Die Kreismessung«	(9)
3	»Über Paraboloide, Hyperboloide und Ellipsoide«	(7)
4	»Über Spiralen«	(6)
5	»Über das Gleichgewicht ebener Flächen«, Buch I und II	(1) und (3)
6	»Die Sandzahl«, Buch I and II	(10)
7	»Die Quadratur der Parabel«	(2)
8	»Über schwimmende Körper«, Buch I und II	(8)
9	»Stomachion« (»Loculus Archimedi«)	
10	»Die Methode der mechanischen Lehrsätze«	(4)
11	»Lemmata«	
12	»Das Rinderproblem«	

Tab. 2 *Erhaltene Abhandlungen des Archimedes.*

## Das Hebelgesetz

Das Prinzip des Hebels als eines mechanischen Werkzeugs ist gewiß seit grauer Vorzeit bekannt, wie uns frühgeschichtliche Bauten und steinzeitliche Megalith-Denkmäler bekunden, zu deren Errichtung große Kräfte ausgeübt und schwere Gewichte bewegt werden mußten. Waagen mit gleicher Armlänge zum Messen von Warengewichten waren z.B. in Babylonien und Ägypten schon im 3. Jahrtausend v. Chr. bekannt. Ungleicharmige Hebelwaagen mit verschiebbaren Gewichten oder variablem Aufhängungspunkt werden um ca. 350 v. Chr. in Griechenland und auch in China erwähnt. Das Hebelgesetz als Grundprinzip der Mechanik wird ebenfalls um diese Zeit auch schon in Schriften ausgesprochen. Eine gute Übersicht zur Wissenschaftsgeschichte dieses Themas geben Renn und Schemmel in ihrer Abhandlung »Waagen und Wissen in China«. So war Archimedes in der Lage, auf der Kenntnis seiner Zeit zum Hebelgesetz aufzubauen, aber er gehörte sicher noch zu den ersten, die dieses Gesetz formal begründet und häufig zur Lösung von Aufgaben der Mechanik und Geometrie eingesetzt haben.

Zu diesem Thema ist die wesentliche erhaltene Schrift des Archimedes »Über das Gleichgewicht ebener Flächen«. Diese Schrift behandelt das Gleichgewicht von Gewichten (bzw. homogenen Volumenkörpern) an einem ungleicharmigen Hebelsystem, gleichzeitig auf analoge Weise aber auch das Gleichgewicht ebener, koplannerer Flächen, die man sich als dünne Scheiben aus homogenem Material realisiert vorstellen kann, so daß für geometrische Flächen die gleichen Hebelgesetze gelten wie für schwere Körper. Auf diese Weise werden Gleichgewicht und Schwerpunktlagen von Volumenobjekten und Flächenobjekten völlig gleich behandelt. Übrigens ist das Hebelgesetz dem Prinzip der Mechanik gleich-

wertig, das wir heute als »Momentengleichgewicht« bezeichnen. Jedoch wurde der Begriff »Moment« bzw. »statisches Moment« von Archimedes nicht verwendet, sondern erst in der Neuzeit geprägt und weiter verbreitet.

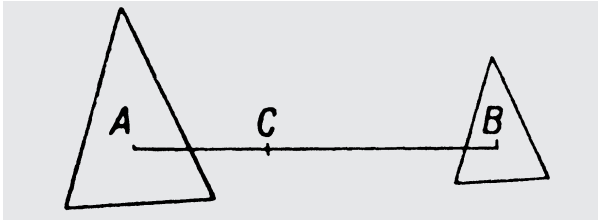


Abb. 3 Das Hebelgesetz, System mit ungleichen Hebelarmen. Aus: A. Czwallina-Allenstein: *Abhandlungen von Archimedes*. Thun, Frankfurt/Main <sup>2</sup>1996, S. 180.

Buch I, §§ 1–3 dieser Abhandlung illustriert qualitativ das Hebelgesetz an einer ungleicharmigen Waage (Abb. 3) und stellt in § 3 fest (zit. nach A. Czwallina-Allenstein: *Abhandlungen von Archimedes*. Thun, Frankfurt/Main <sup>2</sup>1996): *Wenn ungleiche Gewichte im Gleichgewicht sind, so sind die Hebelarme ungleich, und zwar entspricht dem größeren Gewicht der kleinere Hebelarm.*

In den §§ 4–6 werden Sätze angegeben, wie man Objekte, d.h. Gewichte, Volumenkörper oder Flächen, in einem gemeinsamen Schwerpunkt vereinigt denken kann, z.B. wie in § 4: *Wenn zwei gleiche Größen nicht denselben Schwerpunkt haben, so wird der Schwerpunkt der aus ihnen zusammengesetzten Größe der Mittelpunkt der die Schwerpunkte verbindenden Strecke sein.*

Die Fortsetzung dieser Überlegungen führt zu allgemeinen Regeln zur Bestimmung des Gesamtschwerpunkts eines Systems (Buch I, §§ 3–4). In I, § 6 spricht Archimedes das Grundprinzip für das Momentengleichgewicht in einem Hebelsystem aus, zunächst wie folgt: *Kommensurable Größen sind im Gleichgewicht, wenn ihre Gewichte ihren Hebelarmen umgekehrt proportional sind.* Kommensurabel sind Größen dann, wenn ihre Gewichte (bzw. Volumina, Flächen) ganzzahlige Vielfache einer Grundeinheit sind. Diese Voraussetzung wird von Archimedes später fallengelassen, so daß das Hebelgesetz ohne diese Einschränkung gilt.

Um dieses Gesetz zu beweisen, trägt Archimedes eine rein geometrische Argumentation vor, die von den vorher demonstrierten Sätzen zur Bildung von Gesamtschwerpunkten ausgeht. Dieser Beweis ist jedoch später, z.B. von Ernst Mach, mit Recht als Zirkelschluß kritisiert worden. Denn die Methode der Schwerpunktsvereinigung ist nur gültig, wenn das Hebelgesetz nach § 6 gilt, also kann sie nicht benutzt werden, um dieses Gesetz zu beweisen. Wenn man aber statt dessen die Hebelgesetze von §§ 6–7 als Axiome der Mechanik einführt, dann folgen daraus deduktiv die früheren Ergebnisse über den Schwerpunkt. Ohne ein physikalisches Axiom ist das Hebelgesetz nicht fundierbar.

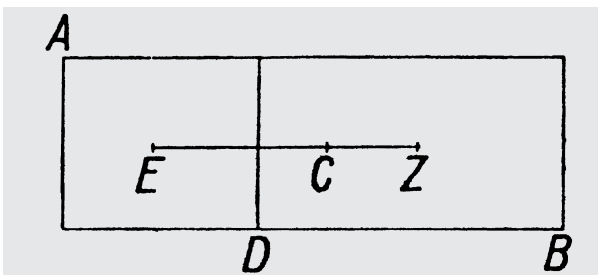


Abb. 4 Schwerpunktverschiebung bei Flächenwegnahme. Nach: A. Czwallina-Allenstein: *Abhandlungen von Archimedes*. Thun, Frankfurt/Main <sup>2</sup>1996, S. 184 (mit eigenen Änderungen).



Ein weiteres, für die Stabilität von Schiffen sehr wichtiges Ergebnis, das Archimedes in I, § 8 herleitet, bezieht sich auf die Verschiebung des Schwerpunkts eines Systems, wenn man eine Größe daraus entfernt (oder eine Größe hinzufügt). Mit Archimedes' Worten (Abb. 4): *Wenn von einer Größe (Rechteck AB, Schwerpunkt C) eine andere Größe (Rechteck AD, Schwerpunkt E), die nicht den gleichen Schwerpunkt hat, fortgenommen wird, so wird der Schwerpunkt der Restgröße (Restrechteck, Schwerpunkt Z) auf der Verbindungslinie jener beiden ersten Schwerpunkte (C und E) über den Schwerpunkt der ganzen Größe (C) hinaus liegen, und zwar wird er in folgender Weise bestimmt sein: Sein Abstand vom Schwerpunkt der ganzen Größe (CZ) verhält sich zum Abstand des Schwerpunkts der weggenommenen Größe vom Schwerpunkt der ganzen Größe (CE) wie die weggenommene Größe zur Restgröße. D.h.:  $CZ : CE = (\text{Fläche})_{\text{entfernt}} : (\text{Fläche})_{\text{Rest}}$ .*

Diese Regel ist gleichbedeutend, wie wir heute sagen würden, mit dem »Gleichgewicht der statischen Momente« der beiden Subsysteme um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Ähnliche Regeln gelten, wenn man zum System Größen hinzufügt oder wenn man Subsysteme verschiebt. Sie werden in der Mechanik oft als »Schwerpunktverschiebungssätze« bezeichnet.

Um die wichtigsten Ergebnisse zusammenzufassen, die Archimedes in dieser Abhandlung begründet hat und die für die Schiffstabilität von Bedeutung sind, sind die folgenden Konzepte hervorzuheben:

- Das Hebelgesetz;
- Vereinigung von Größen in ihrem Schwerpunkt;
- Berechnung des Gesamtschwerpunkts eines Systems von mehreren Komponenten;
- Entfernung, Verlagerung, Hinzufügung einzelner Größen (»Schwerpunktverschiebungssatz«).

## Geometrische Beweise

Die alten Griechen konnten Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie lösen, ohne über ein angemessenes Zahlensystem zu verfügen. Sie hatten kein geschlossenes Konzept für reelle Zahlen, geschweige denn für irrationale oder transzendente Zahlen. Auch hatten sie kein standardisiertes, konsistentes System von Einheiten, um Länge, Fläche und Volumen darin zu messen. Diese grundsätzlichen Schwierigkeiten wurden dadurch umgangen, daß sie die geometrischen Maße von Figuren mit denen bekannter Figuren verglichen, d.h. indem sie das Verhältnis geometrischer Größen anstelle absoluter Werte betrachteten. So verhält sich die Fläche eines Kreises vom Radius R zu der Fläche des umschriebenen Quadrats, Kantenlänge 2R, wie  $\pi R^2$  zu  $4 R^2$ , also wie  $\pi$  zu 4. Einzelheiten hierzu findet man bei C. B. Boyer (The History of Calculus and its Conceptual Development. New York 1949). In diesem Zusammenhang wurden reelle Zahlen durch Brüche beschrieben, irrationale und transzendente Zahlen durch Brüche approximiert. Die Fläche eines Quadrats, das Volumen eines Würfels konnten bei gegebener Kantenlänge einfach konstruiert werden, daher dienten diese Figuren als praktische Referenz. Die Griechen suchten aus diesem Grunde Konvertierungen anderer Figuren in Quadrate gleicher Fläche durch geometrische Konstruktion oder Approximation, z.B. in der berühmten Quadratur des Kreises. Einfache Umwandlungen existierten für Dreieck, Parallelogramm, Trapez und regelmäßigen Polygonzug. Archimedes entwickelte eine näherungsweise, aber doch schon recht genaue Lösung für die »Quadratur des Kreises«, also für  $\pi$  (»Über die Kreismessung«). Die Methoden der geometrischen Quadratur waren daher mehr als eine geistreiche Spielerei, sie waren vielmehr eine entscheidende Voraussetzung für die praktische Messung der Flächen von Figuren bzw. ihres Verhältnisses zum Quadrat. Ähnliche Methoden wurden zur Messung

von Volumina eingesetzt. Im Rahmen dieses Vorgehens konnten die Griechen auch für krummlinig berandete, ebene und räumliche Figuren deren Flächen bzw. Volumina ohne Integralrechnung bestimmen. Dies war von entscheidender Bedeutung auch für Archimedes' Arbeiten zur hydrostatischen Stabilität.

Die Grundlagen der klassischen griechischen Methodik für den geometrischen Beweis von Ergebnissen der Planimetrie und der Stereometrie werden gewöhnlich Eudoxus zugeschrieben, einem Schüler Platos, obwohl er wahrscheinlich Vorgänger hatte (vgl. Boyer). Die Methode, wie man z.B. die Fläche eines Kreises im Verhältnis zu den Flächen eines umschriebenen bzw. eingeschriebenen, regelmäßigen Polygons ermittelt, ist eines der bekanntesten Beispiele für dieses Vorgehen, das in der Antike angewendet worden ist. In diesem Fall wird das Polygon fortlaufend verfeinert, indem die Zahl seiner Kanten schrittweise verdoppelt wird, bis man zeigen kann, daß der Betrag des Restfehlers zwischen der Figur und dem approximierenden Polygon kleiner als eine beliebig vorgegebene Fehlertoleranz wird. Nach einer endlichen Anzahl von Schritten bleibt der Fehler endlich groß, aber er kann kleiner als eine beliebig klein wählbare Fehlerschranke gemacht werden. Diese Methode ist also ein beliebig genaues geometrisches Verfahren zur Approximation des Verhältnisses von Flächen, aber sie unterscheidet sich grundsätzlich von dem Prozeß eines Grenzübergangs zu unendlich vielen Schritten, also von der Infinitesimalrechnung. In Spezialfällen gelingt es, die Größe des Restglieds bei Abbruch einer Reihenentwicklung nach endlich vielen Gliedern genau abzuschätzen, dann sind die Ergebnisse des Verfahrens auch exakt. Das Verfahren wurde später im 17. Jahrhundert in der Mathematik als Exhaustionsbeweis (»method of exhaustion«) bezeichnet, weil die Fehler zwischen Figur und Approximierender durch den Prozeß »erschöpfend« abgebaut werden können.

Die versteckte Voraussetzung für den Erfolg des Verfahrens ist, daß der Prozeß der Polygonverfeinerung absolut konvergiert, weil ja die Approximierende immer auf der selben Seite der Figur bleibt und der Fehler in jedem Schritt kleiner wird, und daß der Fehler in der Tat beliebig klein gemacht werden kann. Diese Bedingung wurde von Eudoxus gestellt und später von Euklid, Archimedes und anderen griechischen Geometern übernommen (vgl. Boyer). Sie wurde von Euklid (»Elemente«, Buch I,1) als Axiom deklariert: *Gegeben zwei ungleiche Größen; wenn man von der größeren einen Betrag größer als die Hälfte abzieht und von dem Rest wieder mehr als die Hälfte und wenn man diesen Prozeß stetig fortsetzt, dann bleibt von der anfangs größeren Größe irgendwann ein kleinerer Betrag übrig als der Betrag der anfangs kleineren Größe.*

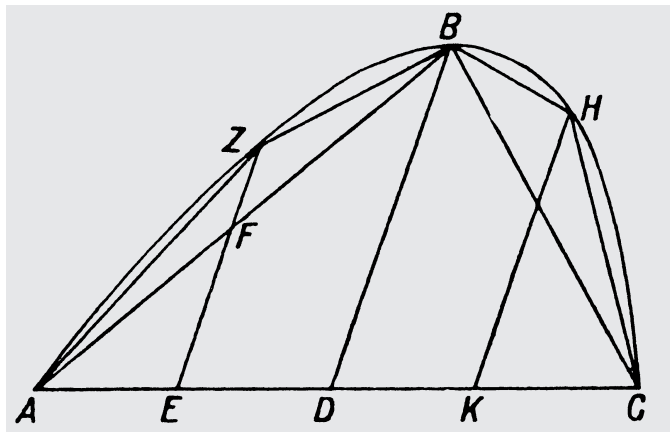


Abb. 5 Parabelsegment und eingeschriebene Dreiecke. Aus: A. Czwallina-Allenstein: *Abhandlungen von Archimedes*. Thun, Frankfurt/Main 1996, S. 171.

Im Zusammenhang einer schrittweisen Approximation wie bei der Exhaustionsmethode bedeutet dies, wie klein auch immer eine Fehlerschranke  $\varepsilon$  und wie groß auch immer der Anfangsfehler  $E$ , daß man durch fortgesetzte Reduzierung des Restfehlers mindestens um die Hälfte (Faktor  $q < 1/2$ ) den Restfehler schließlich kleiner als  $\varepsilon$  machen kann (de facto würde jeder Faktor  $0 < q < 1$  genügen, um zum gleichen Ergebnis zu gelangen). Daher ist das Axiom von Euklid (auch nach Eudoxus oder Archimedes benannt) eine sichere Grundlage für ein allgemeines Verfahren zur Polygonannäherung ebener Figuren.

Das Verfahren sei durch ein Beispiel aus Archimedes' »Quadratur der Parabel«, §§ 21–24, veranschaulicht. Hier ist ein Parabelabschnitt (Abb. 5) gegeben, und es wird behauptet, daß die Fläche dieses Abschnitts gleich  $1/3$  mal derjenigen des eingeschriebenen Dreiecks ABC ist, das mit dem Parabelabschnitt dieselbe Grundlinie AC und Höhe BD hat (gemessen von der Mitte der Basis D zum Scheitel B). Die Hauptschritte des Beweises sind folgende:

1. Zwei zusätzliche Dreiecke AZB und BHC werden zwischen der Parabel und dem Dreieck ABC so konstruiert, daß man Parallelen zu BD durch die Viertelpunkte E und K der Grundlinie legt, wobei die Spitzen der neuen Dreiecke nach Z und H fallen. Geht man von den Eigenschaften der Parabel und früheren Beweisen aus, dann kann man zeigen, daß jedes der beiden neuen Dreiecke eine Fläche von  $(1/8)$  des Dreiecks ABC hat, so daß die beiden neuen Dreiecke zusammen ein Viertel zur Fläche des ersten Dreiecks ABC hinzufügen (§ 21). Setzt man diesen Prozeß durch stetige Unterteilung des Parabelsegments weiter fort, so wird in jedem Schritt die Fläche um ein Viertel des vorangehenden Inkrements vergrößert.
2. Es wird gezeigt (§ 22), daß die Summe dieser fortschreitenden Reihe, deren Quotient  $q = 1/4$  ist, stets kleiner bleibt als die Parabelsegmentfläche, weil der Polygonzug der Dreiecke stets innerhalb der Parabel bleibt.
3. Dann wird arithmetisch hergeleitet (§ 23), daß für eine geometrische Reihe mit endlich vielen Gliedern und dem Quotienten  $q = 1/4$ , z.B. mit den Gliedern A, B, C, D und E, gilt, daß die Summe aller Glieder, vermehrt um ein Drittel des letzten, kleinsten Gliedes, gleich  $(4/3)$  mal dem Betrag des ersten, größten Gliedes ist, also hier:  $A + B + C + D + E + 1/3 E = 4/3 A$ .

Archimedes beweist dieses Gesetz wohlgemerkt für eine beliebige Anzahl von Termen. Wir wissen heute, daß das Ergebnis für eine unendliche geometrische Reihe mit dem Quotienten  $q = 1/4$  damit identisch ist. Daher spielt der Term  $1/3 E$  hier die Rolle eines Restglieds bzw. eines »richtig erratenen« Abbruchfehlers, wenn man die unendliche Reihe nach endlich vielen Gliedern abbricht.

4. Es wird nun behauptet (§ 24), daß das Parabelsegment ADBEC eine Fläche  $A_{\text{par}}$  gleich  $K = (4/3)$  mal der Fläche des eingeschriebenen Dreiecks ABC hat:  $K = 4/3 A_{\text{ABC}}$ .
5. Der Beweis basiert auf einer *reductio ad absurdum*. Nehmen wir zuerst an, daß die Behauptung nicht zutrifft, sondern daß gilt:  $A_{\text{par}} > K$ , dann kann man durch stetige Verfeinerung der eingeschriebenen Dreiecksfolge den Fehler zwischen Parabel- und Polygonfläche beliebig klein machen, so daß die Polygonfläche so dicht an die Parabelfläche gelangt, daß auch sie größer wird als  $K$ . Das ist aber nach dem Beweis unter 3. unmöglich, weil eine geometrische Reihe mit  $q = 1/4$  (ohne den Term  $1/3 E$ ) kleiner sein muß als  $K = (4/3) A_{\text{ABC}}$ . Der Fall von  $A_{\text{par}} < K$  wird mit ähnlichen Argumenten als unmöglich bewiesen (§ 24). Daher ist  $A_{\text{par}} = K$ .

Das Beispiel der Quadratur des Parabelsegments hat uns hier dazu gedient, die klassische Methode orthodoxer geometrischer Beweise für die Flächen (oder Volumina) von Figuren

vorzustellen, nämlich im Fazit folgendes Vorgehen: Eine Folge polygonaler, stetig verfeinerter Polygonapproximationen wird konstruiert, die den Fehler so klein macht wie gewünscht (»method of exhaustion«). Dann wird ein hypothetisches Ergebnis vorgeschlagen und durch *reductio ad absurdum* bewiesen, indem man jedes davon abweichende Ergebnis in Widerspruch zum Resultat der Exhaustionsmethode bringt. Diese Methode ist logisch streng, der Beweis der Hypothese ist rein deduktiv, und die Methode hat sich für viele Aufgaben der Planimetrie und der Stereometrie einfacher Figuren erfolgreich einsetzen lassen. Aber sie ist auch umständlich und zeitraubend. Daher bestand Interesse an einer einfacheren, vielleicht induktiven und dadurch weniger strengen Methode, die mindestens ergänzend zu den strengen Beweisen angewandt werden konnte. Archimedes ersann eine solche Methode und hatte den Mut, sein heuristisches Prinzip zu veröffentlichen (»Die Methode der mechanischen Lehrsätze«) und entgegen dem platonischen Zeitgeist zu vertreten.

### Die Methode der mechanischen Lehrsätze

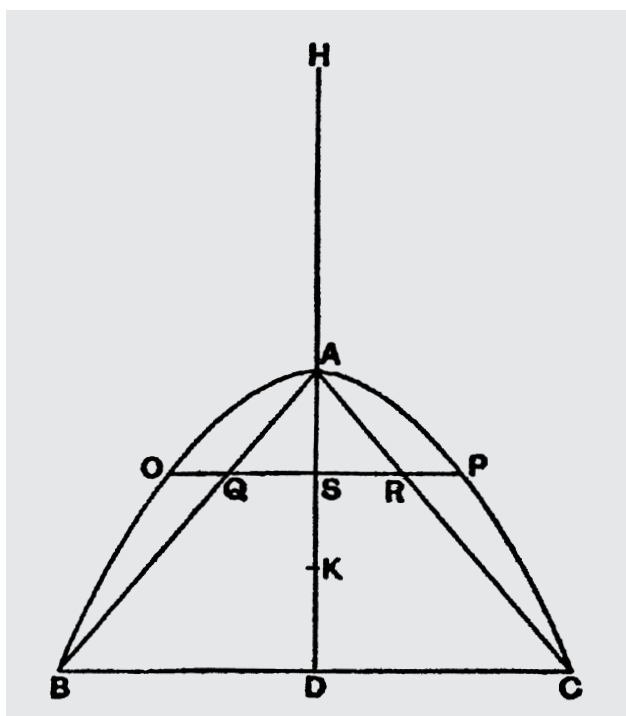
Im Jahre 1906 wurde in einem griechischen Kloster in Konstantinopel ein alter Palimpsest wiederentdeckt, in dem J. L. Heiberg, ein hervorragender Altphilologe, unter dem Text eines griechischen Gebetsbuches aus dem 13. Jahrhundert Spuren einer Handschrift aus dem 10. Jahrhundert mit großen Teilen von Werken des Archimedes identifizieren konnte. Es gelang ihm, diese älteste erhaltene griechische Fassung weitgehend zu rekonstruieren, zu transkribieren und zu übersetzen. Die Geschichte dieses Palimpsests und seines erneuten Wiederauftauchens im Jahre 1998 wird im Abschnitt »Zur Geschichte des Codex C« näher beschrieben.

Neben anderen wertvollen Funden, z.B. auch einer ersten griechischen Handschrift von »Über schwimmende Körper«, war die bedeutendste wissenschaftliche Bereicherung sicher die erstmalige moderne Entdeckung einer Kopie von Archimedes' berühmter Schrift »Über die Methode der mechanischen Lehrsätze (an Eratosthenes)« (vgl. L. Heiberg und H. G. Zeuthen: *Eine neue Schrift des Archimedes*. Leipzig 1906/07, sowie J. L. Heiberg: *Archimedis Opera Omnia cum Commentariis Eutocii*. Leipzig 1910, 1913, 1915). Heiberg erstellte auch eine Transkription dieses bis dahin unzugänglichen Textes, die trotz einiger Lücken über große Bereiche zusammenhängend und intakt erscheint.

In dieser Schrift erklärt Archimedes dem Eratosthenes, wie er Prinzipien der Mechanik bei geometrischen Überlegungen heranzieht, um induktive Schlüsse aus mechanischen Tatbeständen über geometrische Sachverhalte zu ziehen. Mechanische Sätze – wie z.B. das Hebelgesetz – beruhen auf Beobachtungen und sind daher induktiv begründet. Daher verwendet Archimedes diese Methoden nur als Hilfsverfahren, um geometrische Hypothesen aufzustellen, aber er betrachtet die Ergebnisse nicht als streng bewiesen. Er fordert vielmehr, die so gewonnenen Hypothesen später streng geometrisch zu beweisen. In vielen Fällen hat Archimedes selbst solche strengen Beweise hinterlassen, wie seine übrigen Schriften zeigen, aber in anderen Fällen sind sie uns nicht überliefert.

Um diese Methode durch ein Beispiel zu illustrieren, das auch für Archimedes' spätere Arbeiten über hydrostatische Stabilität relevant ist, zitieren wir aus der »Methode« seinen »Satz 5« über den Schwerpunkt des Volumens des Segments eines Rotationsparaboloids (Abb. 6). Der Satz lautet (nach A. Czwalina: *Archimedes' Werke*. Darmstadt 1967): *Der Schwerpunkt eines Segments eines rechtwinkligen Konoids (hier eines Rotationsparaboloids), das von einer auf die Achse senkrechten Ebene abgeschnitten wird, liegt auf der Geraden, die Achse des Segments ist, und teilt diese so, daß das Stück am Scheitelpunkt doppelt so groß ist wie das übrige.*

Abb. 6 Paraboloid und eingeschriebener Kegel. Nach: T. L. Heath: *The Works of Archimedes*. New York 1953.



Die wichtigsten Schritte des Beweises sind folgende:

- Das Rotationsparaboloid wird von einer Ebene durch seine Achse in der Parabel BAC geschnitten. Es wird auch ein Kegel mit demselben Grundkreis und derselben Höhe eingeschrieben (Abb. 6).
- Verlängere DA, die Achse, bis H, so daß  $HA = DA$ , und betrachte DH als den Arm einer Hebelwaage mit A als Drehpunkt.
- Schneide diese Figur mit einer Ebene parallel zur Basis in einer beliebigen Höhe DS, die das Paraboloid und den Kegel in Kreisen von Radius  $SO = SP$  bzw.  $SQ = SR$  schneidet.
- Aus den Eigenschaften des Paraboloids und des Kegels erhalten wir die Proportionen (vgl. Heath: *The Works of Archimedes*):

$$\begin{aligned} BD^2 : OS^2 &= DA : AS = \\ &= BD : QS = \\ &= BD^2 : (BD \times QS) \end{aligned}$$

Daher gilt:

$$OS^2 = BD \times QS$$

$$BD : OS = OS : QS$$

Oder:  $BD : QS = OS^2 : QS^2$

Aber:  $BD : QS = AD : AS = HA : AS$

Daher im Fazit:  $HA : AS = OS^2 : QS^2$  (\*)

Auf der rechten Seite ist das Verhältnis der quadrierten Radien mit dem Verhältnis der entsprechenden Kreisflächen gleichbedeutend. Daher kann Gl. (\*) in mechanischer Deutung neu interpretiert werden als ein Hebelgesetz, nämlich das »Gleichgewicht der Momente« um den Drehpunkt A, geltend für den Kreisquerschnitt des Paraboloids (Radius OS) in seiner gegenwärtigen Stellung (Hebelarm AS) und den Kreisquerschnitt des Kegels (Radius QS), verschoben in den Punkt H (Hebelarm HA).

- Dieselben Proportionen gelten für jeden beliebigen anderen, ebenen Querschnitt senkrecht zur Achse. Daher können alle Kreise des Kegels und somit der ganze Kegel nach H verschoben werden, während alle Querschnitte des Paraboloids da bleiben, wo sie sind. Insgesamt befindet danach der gesamte Kegel in H im »Momentengleichgewicht« mit dem Paraboloid in seiner Ausgangsstellung, in der es die (unbekannte) Schwerpunkthöhe DK besitzt.
- Daher sind die Hebelarme um A für den Kegel und das Paraboloid umgekehrt proportional zum Volumen dieser Objekte:  
 $HA : AK = (\text{Volumen})_{\text{par.segm.}} : (\text{Volumen})_{\text{Kegel}}$
- Das Verhältnis der Volumina ist aus früheren Beweisen bekannt und ist gleich  $3/2$ . Daher ist  $HA = (3/2) AK$ .

Der Schwerpunkt des Paraboloidsegments liegt also auf  $1/3$  der Segmenthöhe über der Basis oder auf  $2/3$  dieser Höhe unter dem Scheitel. Dieses Beispiel hat überzeugend demonstriert, wie es Archimedes gelungen ist, Hypothesen zu geometrischen Aussagen mit Hilfe mechanischer Lehrsätze aufzustellen, ohne von Methoden der Infinitesimalrechnung Gebrauch zu machen. Allerdings beruht seine Zusammenfassung vieler beliebig dünner Schnitte (»Flächen«) zu Volumina auf einem ähnlichen Grundgedanken.

### Das Archimedische Prinzip

Das Prinzip von Archimedes für das Gleichgewicht schwimmender Körper in einer ruhenden Flüssigkeit wird allgemein als Grundlage der Schiffshydrostatik anerkannt, aber nur wenige wissen, wie er es in seiner Schrift »Über schwimmende Körper«, Buch I, begründet hat. Die berühmte Heureka-Legende stiftet hierin nur Verwirrung, denn sie betrifft die Volumenmessung eingetauchter Körper und nicht das Gleichgewicht von Auftriebs- und Verdrängungskraft.

Seine Voraussetzung für die Eigenschaften der Flüssigkeit in der Hydrostatik lautet in seinen Worten (nach Czwallina-Allenstein: Abhandlungen von Archimedes): *Es sei vorausgesetzt, daß die Flüssigkeit einen solchen Charakter hat, daß von gleich gelegenen und zusammenhängenden Teilen die stärker gedrückten die weniger gedrückten vor sich her-*

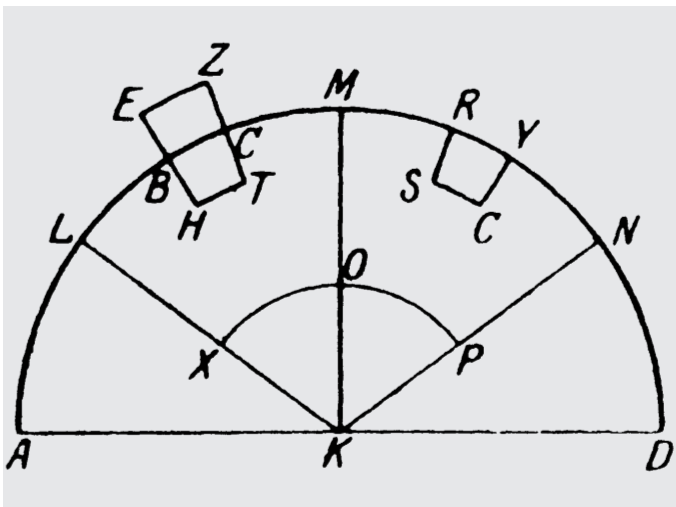


Abb. 7 Beweis des Archimedischen Prinzips. Aus: A. Czwallina-Allenstein: Abhandlungen von Archimedes. Thun, Frankfurt/Main 1996, S. 290.

*treiben, und daß jeder Flüssigkeitsteil von der oberhalb seiner gelegenen Flüssigkeit in lot-rechter Richtung gedrückt wird, wenn die Flüssigkeit nicht durch ein Gefäß oder andere Umstände gedrückt wird.* Er nimmt ferner an, daß die Flüssigkeit ruht.

Das berühmte Archimedische Prinzip wird dann in Buch I, § 5, folgendermaßen ausgesprochen: *Ein Körper taucht in eine spezifisch schwerere Flüssigkeit so weit ein, daß die von ihm verdrängte Flüssigkeitsmenge so schwer ist wie der ganze Körper.*

Der Beweis wird in Abb. 7 veranschaulicht:

- Die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit ist eine kugelförmige Fläche, deren Mittelpunkt im Erdmittelpunkt liegt (Schnitt ALMND).
- Der Körper EZTH sei spezifisch leichter als die Flüssigkeit.
- Wir betrachten zwei gleich große, benachbarte Kugelsektoren, berandet durch die Flächen zwischen LM und MN. Der erste Sektor enthält den schweren Körper, dessen eingetauchter Teil BHTC ist. Der zweite Sektor hat statt dessen das gleiche Volumen RYCS mit Flüssigkeit angefüllt.
- Da die Flüssigkeit ruht, erfahren die Flächen zwischen XO und OP die gleiche Druckbelastung, d.h. die Volumina über diesen Flächen sind gleich. Aber das Gewicht der Flüssigkeit im ersten Sektor ohne den Raum BHTC ist gleich dem Flüssigkeitsgewicht im zweiten Sektor ohne das Volumen RYCS. Es folgt, daß das Flüssigkeitsvolumen, das vom Körper verdrängt wird, so viel wiegt wie der ganze Körper.

Dieser elegante Beweis des Archimedischen Prinzips, der ganz auf einem Gedankenexperiment beruht, gilt für schwere Körper beliebiger Form in einer ruhenden Flüssigkeit ohne Kenntnis des örtlichen Drucks an irgendeiner Stelle der Flüssigkeit (die Griechen kannten den Begriff des Drucks nicht und hatten auch kein Wort für Druck im heutigen Sinne).

Die berühmte Heureka-Legende über Archimedes' Entdeckung in der Badewanne trägt nicht dazu bei, seine Begründung dieses Prinzips zu erklären. Nach Vitruv (»de architectura«, Buch IX.3, datierend etwa von Christi Geburt) wurde Archimedes von König Hieron aufgefordert festzustellen, ob ein Kranz, der von einem Goldschmied als Opfergabe für die Götter angefertigt worden war, aus reinem Gold bestand oder in betrügerischer Absicht aus einer Legierung von Gold und Silber hergestellt wurde. Archimedes soll beim Bade beobachtet haben, wie das von seinem Körper aus einer randvollen Wanne verdrängte Wasser ein Maß für das verdrängte Volumen war. Das war für ihn die entscheidende Idee zur Lösung des Kranzproblems. Wie Vitruv weiter berichtet, versenkte Archimedes daraufhin nacheinander den Kranz und je ein gleich schweres Stück aus reinem Gold bzw. reinem Silber in der Wanne und füllte diese nach Entfernen der Körper jeweils wieder bis zum Rand auf, wobei das Volumen (bzw. Gewicht) der Ersatzflüssigkeit gemessen wurde. Das ergab in der Tat einen Hinweis auf die relative Dichte von Kranz, Gold und Silber, wodurch die Kranzaufgabe von Archimedes schlüssig gelöst war.

Dieses Vorgehen dient somit der Volumen- bzw. Dichtemessung von Körpern, was bei unregelmäßiger Körperform sehr nützlich ist, hat aber mit dem Gleichgewicht von Auftrieb und Verdrängung nichts zu tun.

## Die Stabilität schwimmender Körper

In seiner Schrift »Über schwimmende Körper« befaßt sich Archimedes auch mit der Stabilität von Körpern, die an der Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit schwimmen, speziell für homogene Volumenkörper einfacher Form. Die Grundideen werden in Buch I, §§ 8–9 bereits für ein teilgetauchtes Kugelsegment vorgestellt. Das Verfahren wird aber noch deut-

licher am Beispiel des Abschnitts eines Rotationsparaboloides (Buch II, §§ 2ff.). Besprechen wir daher den Fall des Paraboloids nach Abb 8.

Das Stabilitätskriterium für hydrostatisches Gleichgewicht beruht auf einem Gedankenexperiment, worin der Körper aus seiner aufrechten Lage etwas geneigt und festgestellt wird, ob die Kraftresultierenden, die auf den Körper in dieser Lage wirken, die Tendenz haben, die aufrechte Lage wiederherzustellen. Der Neigungswinkel ist endlich groß, aber nicht so groß, daß die Grundfläche des Paraboloidstumpfes benetzt wird. Für die Stabilität dieses Körpers behauptet Archimedes in Buch II, § 2 (nach Cwallina-Allenstein: Abhandlungen von Archimedes): *Ein senkrecht zur Achse abgeschnittenes Segment eines homogenen Paraboloids, dessen Achse nicht größer ist als das Anderthalbfache des Halbparameters des Paraboloids, wird, welches spezifische Gewicht es auch haben mag, wenn es in einer Flüssigkeit so schwimmt, daß seine Grundfläche die Oberfläche der Flüssigkeit nicht berührt, nicht in Ruhe verharren, solange seine Achse nicht vertikal gerichtet ist, sondern sich aufrecht stellen.*

Der Beweis geht davon aus, daß der Schwerpunkt R des homogenen Körpers ermittelt wird, durch den die Gewichtskraft abwärts wirkt, d.h. der Gewichtsschwerpunkt in heutiger Terminologie sowie der Schwerpunkt B des eingetauchten Volumens, durch den die Auftriebskraft aufwärts wirkt. Der Hebelarm zwischen diesen beiden Kräften muß so orientiert sein, daß eine aufrichtende Tendenz entsteht, was unserem Kriterium eines positiven aufrichtenden Hebelarms entspricht. Es gibt jedoch für den homogenen Körper eine kleine Vereinfachung gegenüber unseren Begriffen: Für den eingetauchten Teil des geneigten Körpers, allein genommen, ist sein Gewichtsschwerpunkt mit seinem Auftriebsschwerpunkt identisch, so daß der eingetauchte Teil keinen Hebelarm bzw. kein aufrichtendes Moment verursacht (anders als beim Schiff). So ist es hier hinreichend zu zeigen, daß die Gewichtskraft des Überwasserteils und die gleich große, entgegengesetzt gerichtete Gegenkraft, d.h. die inkrementelle Auftriebskraft, die durch B wirkt, einen positiven (aufrichtenden) Hebelarm haben. Man kann für den homogenen Körper leicht zeigen, wenn dieser »inkrementelle Hebelarm« positiv ist, daß dann auch der konventionelle Hebelarm zwischen den vollständigen Auftriebs- und Verdrängungskräften positiv ist (Abb 9).

Archimedes' Beweis beruht auf den Prinzipien und Sätzen der Mechanik, die in früheren Abschnitten diskutiert wurden:

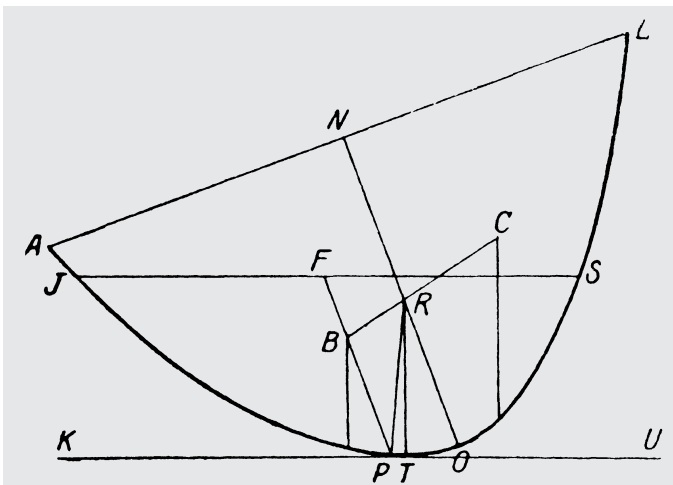


Abb. 8 Gekrümmtes Paraboloid. Aus: A. Czwallina-Allenstein: Abhandlungen von Archimedes. Thun, Frankfurt/Main<sup>2</sup>1996, S. 298.



- Das Paraboloid wird von einer vertikalen Ebene in der Parabel APO<sub>L</sub> geschnitten, die seine Achse enthält, und um einen endlichen Winkel geneigt. Die horizontale Ebene der Flüssigkeitsoberfläche schneidet die Parabel in JS. Eine Tangente parallel zu JS berührt die Parabel in P.
- Eine Parallele zur Achse ON, die man durch P zieht, halbiert die Sehne JS im Mittelpunkt F (früher in »Quadratur der Parabel«, § 19 bewiesen). PF ist daher die Achse des getauchten Teils des Paraboloids.
- Archimedes verwendet nun seinen Satz über den Schwerpunkt des Paraboloids, der auf der Achse um  $\frac{2}{3}$  über dem Scheitel liegt. Es sei daher  $PB = (\frac{2}{3}) PF$ , dabei ist B sowohl der Auftriebs- als auch der Gewichtsschwerpunkt des eingetauchten Teils des Paraboloids. Ferner sei  $OR = (\frac{2}{3}) ON$ , d.h. R ist der Gewichtsschwerpunkt des gesamten Körpers.
- Der Gewichtsschwerpunkt des Überwasserteils JALS wird nach dem Schwerpunktsverschiebungssatz konstruiert: Wenn der getauchte Teil JPOS, Schwerpunkt B, vom gesamten Körper entfernt wird, dessen Schwerpunkt R ist, dann liegt der Schwerpunkt C des verbleibenden Überwasserteils auf der Geraden BR über R hinaus, so daß  $RC : RB = (\text{Volumen})_{\text{getaucht}} : (\text{Volumen})_{\text{überwasser}}$
- Jedenfalls liegt C auf der einen und B auf der anderen Seite von R. Daher ist der »inkrementelle Hebelarm« positiv.
- Also sind die vertikal abwärts gerichtete Gewichtskraft durch C und die gleich große, entgegengesetzt gerichtete inkrementelle Auftriebskraft durch B nicht in der gleichen Wirkungslinie wirksam, daher nicht im Momentengleichgewicht, sondern wirken zusammen in der Tendenz, die aufrechte Gleichgewichtslage wiederherzustellen.

Abb. 9 gibt einen Vergleich zwischen Archimedes' Ergebnis, dem »inkrementellen Hebelarm« (für  $\Delta_2$  zwischen den Wirkungslinien durch B und C), und den konventionellen Hebelarmen (für  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$  zwischen den Wirkungslinien durch B und R), worin:

- $\Delta$  = Gewicht des gesamten Körpers
- $\Delta_1$  = Gewichts des getauchten Anteils
- $\Delta_2$  = Gewicht des Überwasser-Anteils

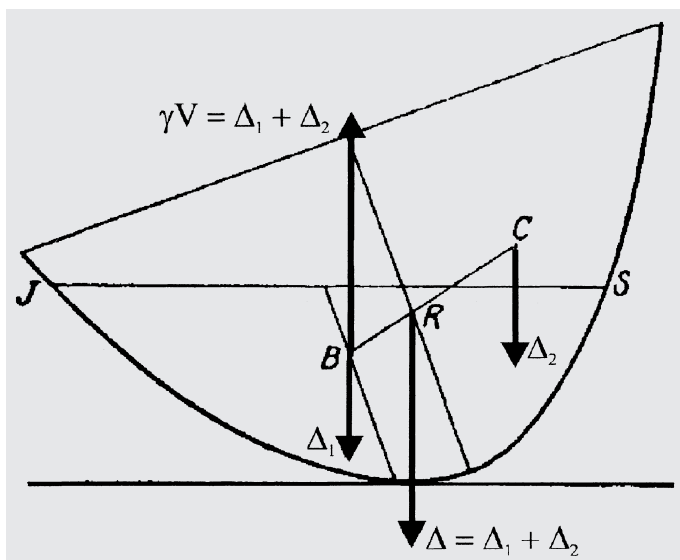


Abb. 9 Konventionelle und inkrementelle Hebelarme. Eigene Abwandlung von Abb. 8.

Zusammengefaßt sind die wesentlichen Erkenntnisse des Archimedes zur Schiffsstabilität (in heutiger Terminologie):

- Er erkennt, daß die aufrechte Schwimmelage eines Körpers, der auf einer Flüssigkeit ruht, das Gleichgewicht der Kräfte und Momente erfordert.
- Für die Stabilität des Gleichgewichts ist es erforderlich, daß die Resultierenden des Auftriebs und der Verdrängung, wenn der Körper um einen kleinen Winkel aus der Gleichgewichtslage geneigt wird, ein positives Rückstellmoment ausüben.
- Er versteht, wie man den Gewichtsschwerpunkt eines Systems bestimmt, entweder als Gesamtschwerpunkt der Systemkomponenten oder für einen homogenen Körper als dessen Volumenschwerpunkt.
- Er definiert den Auftriebsschwerpunkt als den Volumenschwerpunkt des eingetauchten Teilkörpers.
- Er kann den Schwerpunkt eines homogenen Körpers einfacher Form (wie eines Kugel- oder Paraboloidsegments) mit Hilfe seiner mechanischen Lehrsätze oder nach der strengen Methode des Exhaustionsbeweises ermitteln.
- Er wendet seine Stabilitätskriterien nicht auf Schiffe beliebiger Form an wegen der Grenzen seiner Berechnungsmethoden für Volumina und deren Schwerpunkte.
- Aber seine physikalischen Einsichten in die Stabilität schwimmender Körper sind für uns bis heute die Grundlagen der Stabilitätsanalyse auch für Schiffe geblieben.

Archimedes behauptet nirgends, daß seine Verfahren auch für Schiffe oder Systeme mit inhomogener Massenverteilung gelten. Er hätte sicherlich seine Methodik auch anwenden können, um den Gewichtsschwerpunkt vieler verteilter Gewichte oder den Volumenschwerpunkt beliebiger Formen zu ermitteln, was ohne Integralrechnung sehr mühselig, aber doch möglich gewesen wäre. Aber er beschränkte sich auf die Grundlagen für einfache Formen und homogene Körper. Dennoch hat er damit die physikalischen Grundlagen für das hydrostatische Gleichgewicht und die Stabilität schwimmender Systeme gelegt.

Dieses Wissen war offenbar viele Jahrhunderte lang verschollen. Es wurde erst etwa zwei Jahrtausende später wiederentdeckt und im praktischen Schiffsentwurf zur Anwendung gebracht. Der nächste Abschnitt zeichnet die verschlungenen Wege nach, auf denen diese Erkenntnisse überliefert worden und schließlich in der modernen Wissenschaft und Technik zur praktischen Anwendung gelangt sind.

## *Das Erbe*

### Antike Überlieferung

Historiker und Schriftsteller wie Polybios, Cicero, Livius, Vitruv, Plutarch u.a. haben viele der biographischen Informationen und der legendären naturwissenschaftlichen und technischen Leistungen des Archimedes in den Jahrhunderten nach seinem Tode aufgezeichnet (vgl. Tabelle 1). Mathematisch tiefergehende Kommentare seiner Arbeiten stammen von viel späteren Schriftstellern, vor allem Pappus von Alexandria (nach 300 n. Chr.) und Eutokius von Askalon (ca. 530–600 n. Chr.). Archimedes' eigene Werke sind in einer begrenzten Zahl von Kopien erhalten, aber zum Glück noch vollständig genug für mehrere spätere, sehr brauchbare Rekonstruktionen. Ich zitiere Ausschnitte aus dieser Überlieferung des Quellmaterials hauptsächlich nach der gründlichen Übersicht von Dijksterhuis.

Wie wir wissen, übersandte Archimedes seine Abhandlungen seinen wissenschaftlichen Freunden in Alexandria, damit de facto auch der Bibliothek des Mouseion, wo sie wahr-

scheinlich kopiert und an andere wissenschaftliche Zentren der Hellenistischen Ära weiterverteilt wurden. Aus Zitaten des Heroon, des Pappus und des Theoon von Alexandria geht hervor, daß im 3. und 4. Jahrhundert n. Chr. noch eine größere Zahl von Abhandlungen vorhanden war, als wir heute kennen. Ein großes Feuer im berühmten Serapeion in Alexandria zerstörte wahrscheinlich viele der einmaligen Handschriften. Eutokius, ein bekannter mathematischer Kommentator im 6. Jahrhundert n. Chr., nimmt nur noch auf drei grundlegende Arbeiten des Archimedes Bezug (Pos. 1, 2 und 5 in Tabelle 2). Auch bei anderen antiken Kommentatoren werden die Werke des Archimedes zur Hydrostatik nirgends erwähnt. Was auch immer an Urschriften des Archimedes noch existiert haben mag, hat die Nachwelt nicht erreicht, obwohl es einige weit verstreute Kopien gegeben haben muß, wahrscheinlich in Bibliotheken oder Klöstern.

## Manuskripte und Drucke

Die Geschichte der erhaltenen handschriftlichen Kopien von Schriften des Archimedes ist gründlich erforscht und dokumentiert worden, insbesondere von J. L. Heiberg (*Archimedis Opera Omnia cum Commentariis Eutocii*. Leipzig 1880/81) und später in etwas aktualisierter Form von Dijksterhuis (*Archimedes*. Deel I. Groningen 1938), der die von Heiberg 1906 im Palimpsest von Konstantinopel neu aufgefundenen Manuskripte mitberücksichtigt. Die Darstellung hier konzentriert sich auf die Historie der Manuskripte, die das hydrostatische Werk »Über schwimmende Körper« enthielten, und folgt hierin wiederum Dijksterhuis.

Im frühen Mittelalter war das Byzantinische Reich geographisch und kulturell in einer idealen Lage, Traditionen aus der klassisch-griechischen Zeit wiederherzustellen und zu erneuern. In der Blütezeit von Byzanz im 9. und 10. Jahrhundert wurde daher auch die Aufgabe, die verstreuten Werke des Archimedes aufzufinden und zu sammeln, ernsthaft und zielbewußt verfolgt. Mindestens drei Sammlungen seiner Werke scheinen in dieser Zeit in Byzanz entstanden zu sein. Diese Texte wurden allem Anschein nach später zu den Urquellen aller späteren Kopien, Übersetzungen und Rekonstruktionen.

Während der Herrschaft der Normannen und dann der Staufer auf Sizilien im 11. und 12. Jahrhundert blühte dort die klassische Kultur und Wissenschaft neu auf, und zwar in enger Verbindung mit Byzanz. Zwei der Archimedes-Urkopien aus Byzanz fanden in dieser Zeit, wie verlautet, ihren Weg nach Sizilien. Als die Herrschaft der Staufer in Süditalien nach der Schlacht von Benevent (1266) endete, gelangten diese Manuskripte in den Besitz des Papstes, wo sie für einige Zeit verblieben.

Die erste dieser beiden griechischen Urkopien, von Heiberg als Codex A bezeichnet, ging um 1400 in privaten Besitz über und findet sich um 1491 in der Bibliothek des italienischen Humanisten Giorgio Valla, der eine lateinische Übersetzung anfertigen wollte, darüber jedoch verstarb. Ein Inhaltsverzeichnis des Codex A ist erhalten geblieben und zeigt sieben Abhandlungen des Archimedes, aber nicht »Über schwimmende Körper«. Nach Vallas Tode (1491) wurde Codex A von der Familie Pio, Prinzen von Carpi, gekauft, wo der Besitz noch 1550 bestätigt wird, aber 1564 war die Handschrift dort unwiederbringlich verschwunden. Es waren jedoch glücklicherweise während der Jahrhunderte, als die Handschrift zugänglich war, mehrere Kopien und Übersetzungen davon angefertigt worden. Für die nun folgenden Jahrhunderte nach 1500 mußten diese Kopien, so fehlerhaft und unvollständig manche davon auch waren, als der einzige Zugang zum griechischen Original dienen (vgl. Heiberg 1880/81).

Zum Glück hatte aber ein flämischer Dominikanermönch, Willem van Moerbeke, der eine Zeitlang (1268–1280) als Übersetzer klassischer griechischer Texte ins Lateinische an

der päpstlichen Residenz in Viterbo arbeitete, dort eine lateinische Übersetzung der erhaltenen Werke des Archimedes angefertigt, die 1269 erschien. Diese Übersetzung, die Heiberg Codex B nennt, ging zum größten Teil vom Codex A aus, aber enthält auch eine Abhandlung, die in Codex A fehlt, nämlich »Über schwimmende Körper«, Buch I und II. Es ist belegt, daß eine zweite griechische Urkopie mit leicht abweichendem Inhalt ebenfalls aus Byzanz über Sizilien in die Bibliothek des Papstes gelangt war. Sie stand dort von 1295 bis 1311 im Verzeichnis, hinterließ danach aber keine weiteren Spuren. Für viele Jahrhunderte war die lateinische Übersetzung des Willem van Moerbeke als Codex B also die einzige verfügbare Fassung, die auch die Abhandlung des Archimedes zur Hydrostatik beinhaltet. Sie enthielt mehrere Lücken und kleinere Fehler. Aber jedenfalls hatte die Wissenschaft in Europa von dieser Quelle aus von der Renaissance bis zur Aufklärung Zugriff auf Archimedes' Arbeiten zu den Grundlagen der Hydrostatik in Gleichgewicht und Stabilität schwimmender Körper.

Codex B selbst befand sich später im Besitz des deutschen Mönchs Andreas Conerus, eines bedeutenden Humanisten, der sich 1508 in Rom aufhielt und am Rande der Kopie mehrere Korrekturen notierte. Die weitere Geschichte des Codex B wird im Detail von Heiberg beschrieben. Im Jahre 1704 gelangte die Handschrift in die Bibliothek des Vatikan, wo sie lange nicht erwähnt wird, bis sie 1884 dort wiederaufgefunden wurde. In der Zwischenzeit waren seit dem Mittelalter aber zahlreiche Abschriften des Codex B entstanden, zu denen die wissenschaftliche Welt Zugang hatte.

Nach 1500 erschienen, um das zunehmende Interesse an klassischen Texten zur Wissenschaft zu befriedigen, bald mehrere gedruckte Ausgaben der Werke des Archimedes. Um nur einige der ersten Drucke und Herausgeber zu erwähnen: Tartaglia (Venedig, 1543), Curtius Trojanus (Venedig, 1565) – beides lateinische Übersetzungen auf der Grundlage von Codex B, die erste mit Buch I, die zweite mit beiden Büchern von »Über schwimmende Körper« –, ferner Thomas Gechauffe (Basel, 1565) – Editio Princeps, griechisch mit lateinischer Übersetzung, hauptsächlich basierend auf Codex A, ohne »Über schwimmende Körper« –, dann Commandino (Venedig, 1558/1565) – lateinischer Text nach Codex B, in der Auflage von 1565 auch mit »Über schwimmende Körper«. Nach 1600 erschienen viele andere Ausgaben der Werke des Archimedes in griechisch, lateinisch und mit Übersetzungen in moderne Sprachen (vgl. Dijksterhuis).

Der Weg eines dritten Ur-Manuskriptes aus byzantinischer Zeit, des Codex C, der erst zu Anfang des 20. Jahrhunderts wiederentdeckt wurde, wird weiter unten eingehend beschrieben.

## Stevin, Pascal und Huygens

Bis zum 17. Jahrhundert hatten sich die Zugangsmöglichkeiten zu Archimedes' Werken und die Vertrautheit mit seinen Ergebnissen so weit verbessert, daß die Naturwissenschaft auf seinen Erkenntnissen aufbauen und diese auf eigene Anwendungen ausdehnen konnte. Dafür sollen hier nur drei Beispiele aus dem 17. Jahrhundert kurz erwähnt werden, obwohl jedes eigentlich eine eigene ausführliche Darstellung verdient hätte.

Simon Stevin (geb. 1548 in Brügge, gest. 1620 in Leyden), ein berühmter flämisch-niederländischer Naturwissenschaftler und Wasserbau-Ingenieur, befaßte sich mit Grundprinzipien der Mechanik und mit der Wiederbegründung der Hydrostatik, wo er den Begriff des hydrostatischen Drucks einführte. Neben vielen anderen Themen behandelte er auch die Stabilität von Schiffen in dem Abschnitt »Van de vlietende Topswaerheyt« (1608, in: S. Stevin: Hypomnemata Mathematica. Leyden 1608). Sein Gedankengang ähnelt dem des Archimedes, indem er den Gewichts- und den Auftriebsschwerpunkt verwendet, aber er

ist fehlerhaft, so daß er zu der irrigen Auffassung kommt, beim stabilen Schiff müsse der Auftriebsschwerpunkt in jedem Fall über dem Gewichtsschwerpunkt liegen.

Blaise Pascal (1623–1662) gehört mit seinen Grundkonzepten und Anwendungen des hydraulischen Drucks ebenfalls zu den Neubegründern moderner Hydrostatik. Sein Vater, Etienne Pascal, ein begeisterter Mathematiker, hatte seinen jungen Sohn in den wissenschaftlichen Kreis um Pater Mersenne in Paris eingeführt, der eine Schlüsselrolle in der Kommunikation unter den Wissenschaftlern dieser Zeit einnahm. Derselbe Pater Mersenne war auch Herausgeber von Archimedes-Texten (*Archimedis Opera Mechanicorum Libri ...* Paris 1636). Daher besteht kaum ein Zweifel, daß auch Blaise Pascal mit den Gedankengängen von Archimedes vertraut war.

Christiaan Huygens (1629–1695), der berühmte Physiker, ist kaum bekannt für seine Exkursion in die hydrostatische Stabilität, die er als junger Mann unternommen hatte. Denn er hat seine dreibändige Abhandlung »De iis quae liquido supernatant« (zuletzt Amsterdam 1967), die er 1650, im Alter von 21 Jahren, verfaßte, nie veröffentlicht, weil er sie anfangs als unfertig beurteilte, später (1679?) jedoch selbstkritisch als *von geringem Nutzen, falls überhaupt einem, obwohl Archimedes in Buch II seiner Schrift »Über schwimmende Körper« an ähnlichen Themen gearbeitet hat*. Er wollte seine Schrift bis auf wenige Sätze verbrannt wissen. Das Manuskript fand sich jedoch in seinem Nachlaß, wurde aber erst 1908 in seinen »Gesammelten Werken« erstmals veröffentlicht (übrigens geben die Herausgeber an, daß Huygens Codex B, die lateinische Fassung, benutzt habe). Der moderne Leser kann nur Huygens' tiefes Verständnis der Arbeit des Archimedes und gleichzeitig seine eigenen kreativen Ergänzungen aufrichtig bewundern. Huygens leitete nicht nur nach einer eigenen Methode die bekannten Ergebnisse des Archimedes für die Stabilität von Kugel- und Paraboloidsegment erneut her, sondern er lieferte auch völlig neue Lösungen für schwimmende Kegel, Quader und Zylinder, die er für eine volle Drehung, also für Krängungswinkel von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$  untersuchte. Er kam zu der richtigen Erkenntnis, daß für homogene Körper des genannten Typs das spezifische Gewicht und das Seitenverhältnis ( $B/T$ ) die einzigen maßgeblichen Parameter des Stabilitätsverhaltens sind.

## Bouguer und Euler

Vor dem Ende des 17. Jahrhunderts wurden mit der Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz für die Wissenschaft plötzlich umwälzende neue Begriffe und Verfahren verfügbar, so daß es möglich wurde, auch klassische Fragestellungen von neuen Gesichtspunkten aus zu betrachten, sie neu zu formulieren und sie auf andere, originelle Art zu lösen. Die Begriffe des unendlich Kleinen, die Prozesse der Differentiation und der Integration, aber auch die Entwicklung der Analysis, das Konzept von Funktionen einer oder mehrerer Variabler trugen dazu bei, insgesamt eine moderne, neuartige Sichtweise in der Mathematik, Mechanik und in vielen anderen Wissenschaften zu begründen (vgl. Boyer). Es waren Pierre Bouguer und Leonhard Euler, die beide – fast gleichzeitig, aber völlig unabhängig voneinander – als erste die neuen Perspektiven der Infinitesimalrechnung auf die Theorie der Stabilität von Schiffen anwendeten. Dieser neue Ansatz ermöglichte ihnen die Neuformulierung des Stabilitätsproblems für unendlich kleine Neigungswinkel (»Anfangsstabilität«) und die Lösung dieser hydrostatischen Stabilitätsaufgabe für beliebige Schiffsformen. Die Einzelheiten ihrer Pionierleistungen verdienen eine ausführliche Würdigung an anderer Stelle (zu Bouguer vgl. z.B. J. Dhombres: *Mette la Géométrie en Crédit ...* Paris 1999, sowie L. D. Ferreiro: *Bouguer in Peru ...* 1998; zu Euler siehe W. Habicht: Einleitung zu Bd. 20 von Eulers Gesammelten Werken »Commentationes

Mechanicae et Astronomicae ...«. Basel 1974). Hier beschränken wir uns auf die Beziehung ihrer Arbeiten zu Archimedes, sowohl in den Gemeinsamkeiten als auch in den Unterschieden.

Pierre Bouguer (1698–1758), der vielseitige, hochangesehene französische Wissenschaftler, begründete und publizierte als erster eine moderne Theorie der Schiffsstabilität, die auf der Integralrechnung beruhte. Er untersuchte viele Aspekte der Schiffstheorie, hauptsächlich während seines langen Aufenthalts mit einer wissenschaftlichen Expedition in den peruanischen Anden von 1735 bis 1744, wo er mit einer Gruppe der Pariser Akademie der Wissenschaften geodätische Messungen anstellte, aber auch genügend Zeit für seine schiffstheoretischen Untersuchungen fand. Er veröffentlichte das Ergebnis seiner Arbeit bald nach seiner Rückkehr nach Frankreich 1746 in seinem klassischen Werk »Théorie du Navire ...« (Paris 1746). In diesem Buch erfindet Bouguer auch den Begriff des Metazentrums (M) bzw. der metazentrischen Höhe (MG) als des entscheidenden Kriteriums für die Anfangsstabilität von Schiffen. Der Name des Archimedes wird nirgends in seinem Werk zitiert. Aber die physikalische Sichtweise, die alle Beweise und Begründungen von Bouguer kennzeichnet, läßt keinen Zweifel an Bouguers Vertrautheit, direkt oder indirekt, mit Archimedes' Einsichten aufkommen. Z.B. formuliert Bouguer in Buch II, Abschnitt I, Kap. 1 seines Werks folgenden Satz zur Erläuterung der Auftriebskraft: *Das Grundprinzip der Hydrostatik, das der ganzen Sache zugrunde liegt und das man stets berücksichtigen muß, besagt, daß ein Körper, der an der Oberfläche einer Flüssigkeit schwimmt, von einer Kraft aufwärts gedrückt wird, die gleich dem Gewicht des Wassers oder der Flüssigkeit ist, deren Raum der Körper belegt.*

Im folgenden Kapitel wird von Bouguer dasselbe Ergebnis zum besseren Verständnis der physikalischen Wirkungen auch abgeleitet, indem der hydrostatische Druck, der auf jedes unendlich kleine Flächenelement des Körpers wirkt, durch Integration über die getauchte Körperoberfläche bestimmt wird. Als Nebenergebnis erhält er dabei den Auftriebsschwerpunkt als den Punkt, durch den die Auftriebskraft (= Druckresultierende) wirkt.

Für die Anfangsstabilität, d.h. für sehr kleine Neigungswinkel (Abb. 10), leitet Bouguer das Metazentrum einer beliebigen Schiffsförm her, indem er die Schwerpunktsverschiebungen bei Verlagerung von Volumina von der austauchenden auf die eintauchende Seite

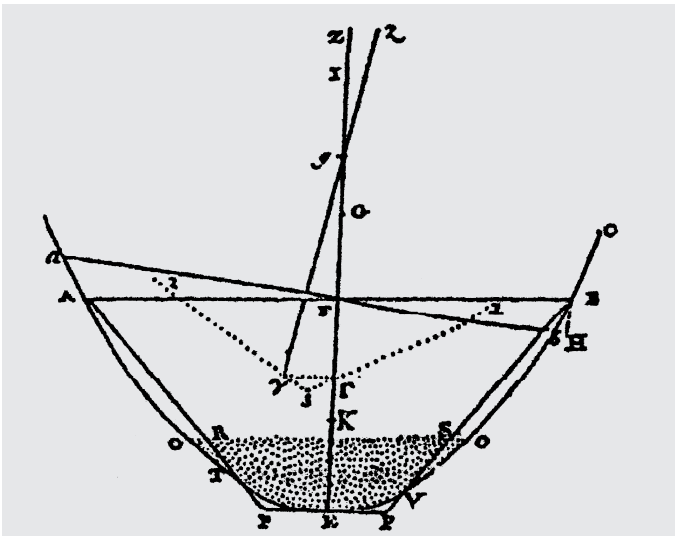


Abb. 10 Bouguers  
Diagramm zur Ableitung  
des Metazentrums. Nach:  
P. Bouguer: *Traité du  
Navire ... Paris 1746.*

bestimmt, was dem Schwerpunktsverschiebungssatz von Archimedes sehr nahe kommt. Bouguer geht jedoch seinen eigenen Weg bei der Bestimmung von Volumina und Schwerpunkten des getauchten Körperteils mit Hilfe von Integralen, die er numerisch nach der Trapezregel näherungsweise auswertet.

Leonhard Euler (1709–1783) untersuchte die hydrostatische Stabilität von Schiffen während seines ersten Wirkens an der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg und schrieb – nach seiner eigenen Mitteilung – sein zweibändiges Werk »Scientia Navalis« im wesentlichen in der Zeit von 1737 bis 1740. Es erschien wegen technischer Verzögerungen jedoch erst 1749 in gedruckter Form. Obwohl Eulers Vorarbeiten offenbar zum größten Teil gleichzeitig mit denen von Bouguer verliefen, war stets unumstritten, auch von beiden Autoren, daß sie unabhängig voneinander gearbeitet hatten und von den Arbeiten des anderen erst erfuhren, als diese publiziert waren. In der Einleitung zur »Scientia Navalis« erwähnt Euler übrigens mit Dank und Anerkennung seine Kenntnis des Archimedes.

Euler formulierte die Gesetze der Hydrostatik für die Druckverteilung in einer ruhenden Flüssigkeit neu, in welcher der Druck senkrecht zur Körperoberfläche bzw. zu einer Wand steht. Daraus konnte er die Auftriebskraft und ihre Wirkungslinie durch den Schwerpunkt des eingetauchten Volumens mit Hilfe der Integralrechnung herleiten (Teil I, Kap. 1). Er definiert die hydrostatische Stabilität des Schiffes für kleine Neigungswinkel wie folgt (Kap. 3, Lehrsatz 19): *Die Stabilität, die ein in Wasser schwimmender Körper in einer Gleichgewichtslage besitzt, wird gemessen durch das Moment der Rückstellkraft, wenn der Körper aus der Gleichgewichtslage um einen unendlich kleinen Winkel ausgelenkt wird.*

Man beachte den Unterschied zu Archimedes durch Beschränkung auf unendlich kleine Krängungswinkel. Gegeben sei zunächst ein ebener Querschnitt durch das Schiff mit kleiner Neigung (Abb. 11, Lehrsatz 20). Die Volumenverlagerung in diesem Querschnitt von der austauchenden zu der eintauchenden Seite wird begleitet von einer Schwerpunktsverschiebung vom entfernten zum hinzugefügten Dreieck. Dies verursacht eine entsprechende, dazu parallele und proportionale Verschiebung des Schwerpunkts des eingetauchten Volumens. Der neue Schwerpunkt wird nach Art des Verschiebungssatzes von Archimedes ermittelt. Die Stabilität dieses Querschnitts erfordert ein positives Rückstellmoment

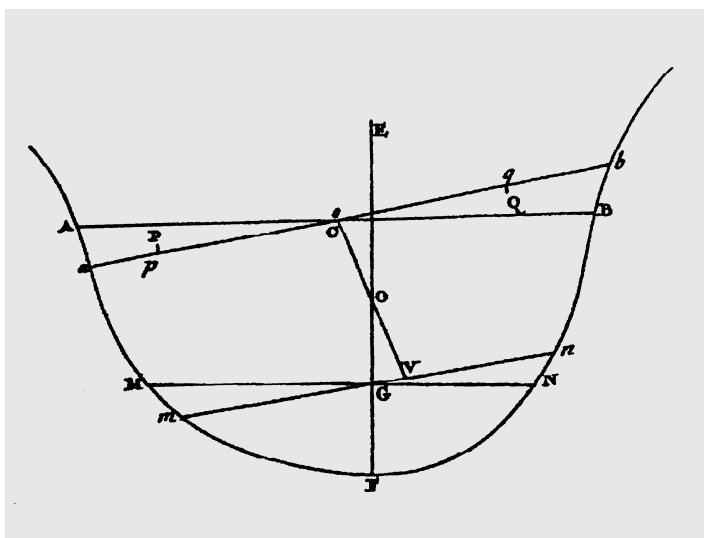


Abb. 11 Schwerpunktsverschiebung im geneigten Querschnitt.  
Nach: L. Euler: *Scientia Navalis ... In: Opera Omnia*, Bd. 18/19, Zürich 1967.

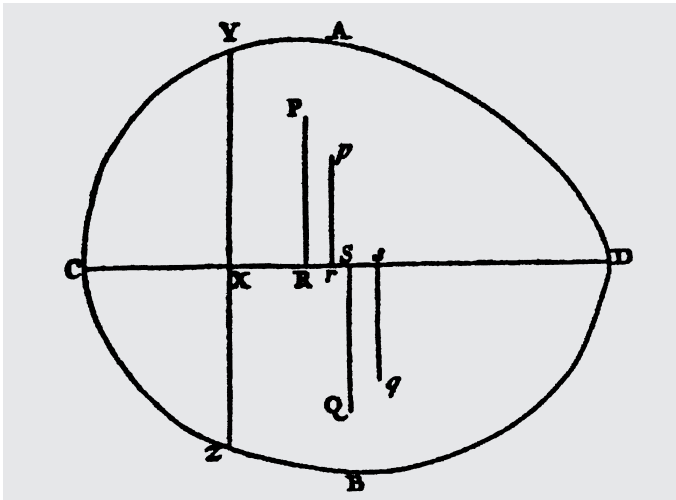


Abb. 12 *Ableitung des Stabilitätskriteriums für einen Körper beliebiger Form. Nach: L. Euler: Scientia Navalis ... In: Opera Omnia, Bd. 18/19, Zürich 1967.*

bzw. einen positiven Hebelarm zwischen Gewichtskraft durch  $G$  und Auftriebskraft durch den verlagerten Volumenschwerpunkt. Die Anwendung dieses querschnittswisen Vorgehens auf das gesamte Schiff bzw. einen Körper beliebiger Form (Abb. 12, Lehrsatz 29) liefert durch Integration über alle Querschnitte identische analytische Ergebnisse wie bei Bouguer für die metazentrische Höhe als Kriterium für die Anfangsstabilität, wengleich Euler den Terminus »Metazentrum« nie verwendet hat.

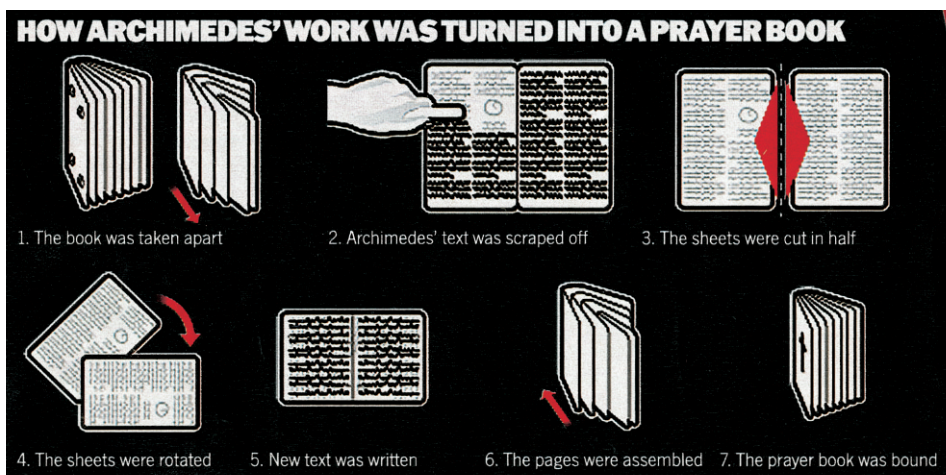
Insgesamt ist festzustellen, daß die physikalischen Prinzipien der hydrostatischen Stabilität, die auf Archimedes zurückgehen, auch zweitausend Jahre später noch bekannt und anerkannt waren und von den Begründern der neuzeitlichen Stabilitätstheorie wieder aufgenommen wurden. Allerdings wurde die praktische Bestimmung des Stabilitätsmaßes für beliebige Schiffsrformen erst durch Anwendung der Integralrechnung und durch neue numerische Auswertungsmethoden auf relativ einfache Weise ermöglicht.

### Zur Geschichte des Codex C

Wie erwähnt, waren seit dem Mittelalter und nach der Renaissance zunächst nur zwei Urkopien von Archimedes' Schriften, die Codices A und B, bekannt, von denen alle späteren Ausgaben in den folgenden Jahrhunderten abstammen. Die letzten kritisch bearbeiteten Ausgaben der Werke des Archimedes, die auf diesem Quellenstand beruhen, wurden von Heiberg (1880/81) und Heath noch vor 1900 herausgegeben. Diese Situation änderte sich schlagartig, als im Jahre 1906 ein Palimpsest aus dem 10. Jahrhundert mit einigen bekannten und mehreren bis dahin nicht bekannten griechischen Schriften des Archimedes auftauchte, den Heiberg in einem Kloster in Konstantinopel entdeckt hatte. Dieser Palimpsest enthielt auch eine gut erhaltene Fassung von »Über schwimmende Körper« in griechischer Sprache. Es wurde darin auch ein Text der berühmten Schrift »Die Methode ...« wiederaufgefunden, und zwar erstmals, seit sie in der Antike verlorengegangen war.

Die Geschichte dieses Palimpsests, den Heiberg Codex C nannte, ist voller Spannung und fast unglaublicher Zufälle, denen wir die Rettung dieser Handschrift mit ihren wertvollen Urkopien von Texten des Archimedes letztlich verdanken. Die Entdeckung selbst wird am besten wiedergegeben, wenn man Heibergs eigenen Bericht wörtlich zitiert, den





4C

Abb. 13 Die Entstehung des Palimpsests. Nach: William Peakin: *The Sum God*. In: *The Sunday Times Magazine*, 17. Juni 2001, S. 28–37, hier S. 30. (Copyright: der Eigentümer des Archimedes-Palimpsests; Bildherstellung: Rochester Institute of Technology, Johns Hopkins University, Xerox Corporation)

er im Vorwort seiner deutschen Übersetzung von »Die Methode ...« abgibt, die zuerst 1907 erschien: *Im vorigen Sommer habe ich im Metochion (in Konstantinopel) des Klosters des heiligen Grabes eine Handschrift untersucht, die unter einem Euchologion des 13. Jh. Schriften des Archimedes enthält in schöner Minuskel des 10. Jh., die nur abgewaschen, nicht ausgeradiert, und mit der Lupe einigermaßen lesbar ist. Die Handschrift, no. 355, 4<sup>o</sup>, aus dem Kloster des heiligen Sabba bei Jerusalem stammend, ist beschrieben von PAPADOPOULOS KERAMEUS, ..., der eine Probe der unteren Schrift gibt; daraus war es mir sofort ersichtlich, daß der alte Text ARCHIMEDES ist.*

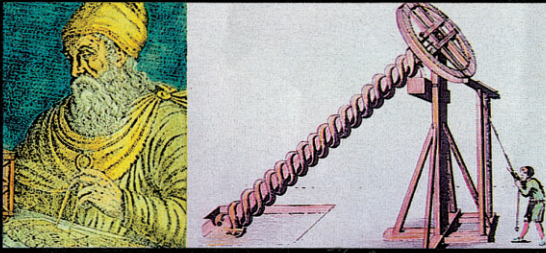
Heiberg erwähnt dann ein paar schon bekannte, in dem Palimpsest wieder enthaltene Abhandlungen, die er mit den überlieferten Texten verglich, ohne große Abweichungen festzustellen. Dann fährt er fort: *Wichtiger ist es schon, daß die Handschrift den griechischen Text von »Über schwimmende Körper« fast vollständig enthält, wovon man bisher nur die lateinische Übersetzung WILLEM VAN MOERBEKES besaß; ihre vielen Lücken und schweren Verderbnisse lassen sich jetzt vollständig heilen.*

Heibergs Vorwort hebt sodann den Wert der erstmaligen Wiederentdeckung der »Methode ...« hervor. Die neuen Ergebnisse aus dem Palimpsest wurden bald darauf von ihm transkribiert und dokumentiert sowie in späteren Übersetzungen berücksichtigt (so in Heiberg 1880/81). Auf der Grundlage dieser Feststellungen können wir jetzt davon ausgehen, daß wir über eine zuverlässige und genaue, wenn auch nicht ganz vollständige Überlieferung dieser Schrift des Archimedes verfügen. Archimedes' Beitrag zur Stabilität schwimmender Systeme steht damit völlig außer Zweifel.

Inzwischen hat das Thema des Codex C, der seit etwa 1920 in privaten Besitz übergegangen und lange verschollen war, eine neue Aktualität gewonnen, seit er 1998 auf einer Auktion bei Christie's in New York wieder auftauchte, von einem anonymen Käufer erworben und von diesem 1999 dem Walters Art Museum in Baltimore zur Konservierung und erneuten wissenschaftlichen Auswertung leihweise zur Verfügung gestellt wurde. Damit hat die Öffentlichkeit erneut Zugang zu dem Manuskript, das inzwischen nicht mehr in gutem

a)

## HOW HISTORY WAS REWRITTEN



### 3RD CENTURY BC

Archimedes was born in Syracuse, Sicily. He is reputed to have earned unrivalled respect for practical solutions to problems that vexed the king of the city state, Hiero II. These included a compound pulley to drag newly built royal ships into the sea; his famous screw (above) to empty their hulls of rainwater; and devices to repulse the invading Roman fleet. Today, the mathematician commands respect for his theoretical work in calculating areas and centres of gravity, expressing large numbers and determining buoyancy

b)



### 6TH CENTURY AD

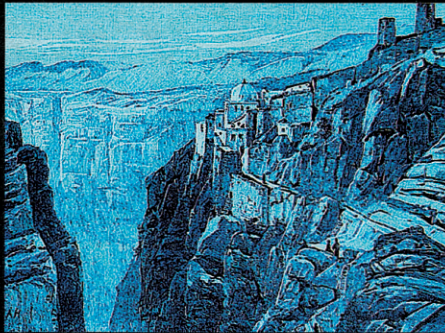
He may have studied at the library of Alexandria, in Egypt. Later, the head of the Alexandrian school wrote important commentaries on Archimedes' works



### 10TH CENT

Some of Archimedes' most important works were copied into a manuscript of about 94 parchment folios in Constantinople. The folios were bound between wooden boards

d)



### 13TH CENTURY

With parchment in short supply, the Archimedes text was scrubbed from the pages, which were then rebound into a Greek Orthodox Church service book. This was moved to Mar Saba monastery in the Judean desert, where it stayed for 600 years

Abb. 14a-i Zur Geschichte des Codex C-Palimpsests. Nach: William Peakin: *The Sum God*. In: *The Sunday Times Magazine*, 17. Juni 2001, S. 28–37, hier S. 33f.: Archimedes und die Spiralschraubenpumpe (14a); Alexandria, 6. Jh. (14b); Entstehung des Codex C, 10. Jh. (14c); das Gebetbuch, 13. Jh.


Zustand ist, und es kann gerade noch rechtzeitig eine fundierte, mit modernsten Methoden durchgeführte Rekonstruktion des Urtextes entstehen. Zu diesen noch laufenden Untersuchungen hat der Autor William Peakin mit Unterstützung des Walters Art Museum Material zusammengetragen und in einem Artikel im »«Sunday Times Magazine» im Sommer 2001 veröffentlicht (W. Peakin: *The Sum God*). Die interessante Geschichte des Codex C ist hierin gründlich rekonstruiert und anschaulich illustriert worden. Ich zitiere aus dem Beitrag nur die wichtigsten Schritte dieses verschlungenen Weges und verweise auch auf die dem Artikel entnommenen Abb. 13 und 14 mit ihren Erläuterungen. Die wichtigsten Etappen sind etwa folgende:

e)


f)

g)


## THE SEARCH FOR ARCHIMEDES' GHOST



**1846**  
In the early 1800s the Mar Saba monastery's collection was moved to the Greek patriarchate in Jerusalem. Shortly afterwards, the book was transferred to the Greek quarter of Constantinople, where it was seen by a German biblical scholar, who pocketed one of its pages and wrote about his observation in a travel book




**1906**  
Mention of the prayer book in a catalogue of manuscripts was drawn to the attention of the Danish classicist Johan Ludvig Heiberg, who visited the library and was astonished to find that the book contained lost works by Archimedes. The discovery made the front page of The New York Times



**1920s**  
After the first world war, the book ended up in a French private collection. Forged illuminated Gospels were stuck on several pages in an attempt to increase its value as a religious book, and its condition deteriorated


(14d); Rückkehr nach Konstantinopel, 19. Jh. (14e); Wiederentdeckung des Palimpsests, 1906 (14f); Verschwinden und Irrwege, nach 1920 (14g); Wiederauftauchen, 1998 (14h); neue wissenschaftliche Auswertung, ab 1999 (14i). (Copyright: der Eigentümer des Archimedes-Palimpsests; Bildherstellung: Rochester Institute of Technology, Johns Hopkins University, Xerox Corporation)

**h)**



**1998**  
In October, it was sold for \$2m at auction to an anonymous buyer, despite the Greek patriarchate's claim that it had been stolen. The new owner loaned it to the Walters Art Museum in Baltimore

**i)**



**2001**  
Experts at the Walters Art Museum conserve the book and use various imaging techniques to reveal the Archimedes text. Scholars decipher passages and analyse diagrams

- 3. Jahrhundert v. Chr.: Archimedes' Schriften entstehen.
- 3. Jahrhundert v. Chr. bis ca. 600 n. Chr.: Kopien der Arbeiten Archimedes' werden, meist von Alexandria aus, in der antiken Welt verteilt. Viele gehen verloren.
- 9. bis 10. Jahrhundert: Byzantinische Zeit: Archimedes' Schriften werden gesammelt und neu kopiert.
- 10. Jahrhundert: Urkopie des Codex C entsteht als Pergament-Handschrift. Die 94 Folioseiten werden zwischen Holzdeckeln eingebunden.
- 13. Jahrhundert: Ein griechischer Mönch in Konstantinopel verwendet die Pergamentseiten des Manuskripts nach Abwaschen der Tinte und evtl. Abschaben von Resten als

Rohmaterial für ein neues orthodoxes Gebetbuch (Euchologion), den Palimpsest. Reste der Tinte der ersten Beschriftung (»Tanninsäure«) hatten sich jedoch tiefer in die Fasern des Pergaments unter der Oberfläche eingesogen. Abb. 13 zeigt die Schritte, wie die Seiten des Manuskriptes ausgefettet, abgewaschen, durchgeteilt, gedreht, neu beschriftet und in einer anderen Reihenfolge wieder zusammengebunden worden sind.

- 13. bis 19. Jahrhundert: Das Gebetbuch wird bald darauf in das Kloster des heiligen Sabba (Mar Saba) in der Wüste von Judäa verlagert, wo es ca. 600 Jahre verblieb.
- Anfang des 19. Jahrhunderts: Der Palimpsest kehrt nach Konstantinopel zurück, wo er im Metochion des Klosters des Heiligen Grabes aufbewahrt wird. Einzelne Besucher haben ihn dort gesehen und davon berichtet.
- 1906: Heiberg findet in einer Bibliotheksaufstellung des Metochion eine Schriftprobe der unteren Schrift des Palimpsests und erkennt diese als Archimedes-Text. Er reist nach Konstantinopel, findet seine Vermutung bestätigt und beginnt sofort mit der Transkription des Palimpsests, mit Lupe und Photographien, die er 1907 abschließt. Der Palimpsest enthält insgesamt sieben Schriften des Archimedes. Die neuen Funde fließen bald darauf in Aktualisierungen von Archimedes' Gesammelten Werken ein und werden bei Übersetzungen in moderne Sprachen berücksichtigt (Heath, Heiberg/Zeuthen, Ver Eecke, Dijksterhuis).
- 1920–1922: In den Wirren des griechisch-türkischen Krieges gelangen die Sammlungen der Klosterbibliothek aus Konstantinopel nach Griechenland. Dort verschwindet der Palimpsest und scheint bald darauf in französische Privathand gelangt zu sein.
- 1998: Der Palimpsest wird auf einer Auktion in New York angeboten und von einem anonymen Käufer erworben.
- 1999: Dieser überträgt die Konservierung und neue wissenschaftliche Auswertung des Manuskriptes dem Walters Art Museum in Baltimore. Dort werden modernste technische Verfahren eingesetzt, um das Manuskript zu erhalten und den Text möglichst lückenlos zu rekonstruieren. Dazu gehören kontrastverstärkende Photographien mit Lichtquellen bestimmter Wellenlänge, so daß der untere, verwaschene Text besonders darauf anspricht (»multispectral imaging«). Auch wendet man die Technik konfokaler Mikroskopie an, die in der Zellforschung bewährt ist und es gestattet, die Schichten des Pergaments, auch unter der Oberfläche, auf Nanometer genau zu fokussieren und einzeln aufzumessen.

Die Arbeiten an der wissenschaftlichen Evaluierung des Palimpsests werden noch einige Zeit andauern. An den bereits vorliegenden Ergebnissen erkennt man schon die hohe Qualität des Auswertungsverfahrens und findet einzelne Ergebnisse, die über den Stand von Heiberg hinausgehen. Mit Spannung sind daher weitere Berichte und vielleicht neue Erkenntnisse zu Archimedes' Werk zu erwarten.

### *Zusammenfassung*

Archimedes beschrieb als erster die physikalischen Prinzipien des Gleichgewichts und der Stabilität schwimmender Körper und legte damit den Grundstein auch für die hydrostatische Stabilität von Schiffen. Das Archimedische Prinzip gilt für Körper beliebiger Form, seine Demonstrationsbeispiele für die Stabilität beschränken sich aber auf einfache Formen. Um seine Sätze zu beweisen, bediente sich Archimedes des Exhaustionsprinzips in Verbindung mit strengen geometrischen Beweisen. Um jedoch Hypothesen aufzustellen, verwendete er auch die Methode der mechanischen Lehrsätze. Das Hebelgesetz spielt dabei die Rolle eines Axioms, auf dem auch die Stabilitätsuntersuchungen beruhen. Mit diesen Mitteln und unter Verwendung der Summenbildung für endliche geometrische Reihen konnte er seine Ergebnisse ohne Infinitesimalrechnung herleiten.

Viele Kopien von Archimedes' Handschriften sind verloren, aber unter den erhaltenen Texten überlebte die Schrift »Über schwimmende Körper«, und zwar sowohl in einer lateinischen Übersetzung aus dem 13. Jahrhundert als auch in einem griechischen Palimpsest aus dem 10. Jahrhundert, das zuerst sensationell im Jahre 1906 wiederentdeckt wurde. Diese Quellenlage läßt keinen Zweifel an Archimedes' Beiträgen zur Begründung der hydrostatischen Stabilität. Die Begründer der modernen Schiffstheorie, Pierre Bouguer und Leonhard Euler, die sich der Integralrechnung bedienten, konnten auf Archimedes' physikalischen Erkenntnissen und auf der Stabilitätsuntersuchung mittels Schwerpunktsverschiebung aufbauen. Aber sie erweiterten die Theorie auch für beliebige Schiffsformen und für den Fall unendlich kleiner Neigungswinkel (Anfangsstabilität). Neue Erkenntnisse aus der noch nicht abgeschlossenen Auswertung des kürzlich wieder zugänglich gewordenen Palimpsests werden mit großem Interesse erwartet. Die Verdienste des Archimedes um die Begründung der hydrostatischen Stabilität werden davon unberührt bleiben.

Dankwort:

Der Verfasser dankt an erster Stelle dem Walters Art Museum, Baltimore, und seinem Kurator William Noel für die freundliche Zustimmung zur Wiedergabe der Abb. 13 und 14a–i, zitiert aus dem Artikel von William Peakin im »Sunday Times Magazine« vom 17. Juni 2001. Das Copyright für die Bilder liegt beim Eigentümer des Archimedes-Palimpsests. Die Bilder wurden erstellt unter Mitwirkung des Rochester Institute of Technology, der Johns Hopkins University und der Xerox Corporation. Auch dem Autor William Peakin sei für seine hilfreiche Vermittlung aufrichtig gedankt.

Literatur:

- Abhandlungen von Archimedes. Übersetzt und kommentiert von A. Czwalina-Allenstein, 1922. (= Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Band 201). Thun, Frankfurt/Main <sup>2</sup>1996.
- Archimedes' Werke. Übersetzt und kommentiert von A. Czwalina, mit einem Anhang einschließlich von »Die Methode«, übersetzt von J. L. Heiberg. Neuausgabe Darmstadt 1967.
- P. Bouguer: *Traité du Navire, de sa Construction et de ses Mouvements* [sic!]. Paris 1746.
- C. B. Boyer: *The History of Calculus and its Conceptual Development*. 1939. Neuausgabe New York 1949.
- J. Dhombres: *Mettre la Géométrie en Crédit: Découverte, Signification et Utilisation du Métacentre Inventé par Pierre Bouguer*. In: *Sciences et Techniques en Perspective*, 11<sup>ème</sup> série, 3, fasc. 2, Paris 1999, S. 305–363.
- E. J. Dijksterhuis: *Archimedes*. Deel I. Niederländisch. (= Historische Bibliotheek voor de Exakte Wetenschappen). Groningen 1938.
- L. Euler: *Scientia Navalis seu Tractatus de Construendis ac Dirigendis Navibus*. St. Petersburg 1749. In: *Opera Omnia*, Bd. 18/19, Zürich 1967.
- L. D. Ferreiro: *Bouguer in Peru: How Naval Architecture came down from the Mountain*. (= *Colloque Bouguer, Le Croisic*, France 1998).
- W. Habicht: *Einleitung zu Bd. 20 von L. Eulers Gesammelten Werken »Commentationes Mechanicae et Astronomicae ad Scientiam Navalem Pertinentes«*. Deutsch. Basel 1974, S. VII–LX.
- T. L. Heath: *The Works of Archimedes*. Englisch, übersetzt und kommentiert von T. L. Heath, 1897, mit einer Ergänzung »The Method of Archimedes«. New York 1912. Neuausgabe mit Ergänzung New York 1953.
- J. L. Heiberg: *Archimedis Opera Omnia cum Commentariis Eutocii*. Griechisch und lateinisch. Leipzig 1880/81.
- J. L. Heiberg: *Archimedis Opera Omnia cum Commentariis Eutocii*. Griechisch und lateinisch, einschließlich »De Corporibus Fluitantibus« und »De Mechanicis Propositionibus ad Eratosthenem Methodus«. Leipzig 1910, 1913, 1915.
- J. L. Heiberg und H.G. Zeuthen: *Eine neue Schrift des Archimedes*. (= *Bibliotheca Mathematica*). Leipzig 1906/07.
- C. Huygens: *De iis quae liquido supernatant libri 3*. 1650. Veröffentlicht in: *Œuvres Complètes de Christiaan Huygens*, Vol. XI, 1908. Neuausgabe Amsterdam 1967.
- Pater Mersenne (Hrsg.): *Archimedis Opera Mechanicorum Libri, Apollonii Pergaei Conicorum et Sereni de Sectione Cylindri*. Paris 1636.
- H. Meschkowski: *Denkweisen großer Mathematiker. Ein Weg zur Geschichte der Mathematik*. Braunschweig 1990.
- W. Peakin: *The Sum God*. In: *The Sunday Times Magazine*, 17. Juni 2001, S. 28–37.

- Plutarch: *The Lives of Noble Grecians and Romans*. Übersetzt von J. Dryden, herausgegeben und kritisch bearbeitet von A. H. Clough. New York 1949.
- J. Renn und M. Schemmel: *Waagen und Wissen in China*. (= Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte, Preprint 136). Berlin 2000.
- L. Sprague de Camp: *The Ancient Engineers*. New York 1960.
- S. Stevin: *Hypomnemata Mathematica*. Leyden 1608.
- P. Ver Eecke: *Les Oeuvres Complètes D'Archimède, suivies des commentaires d'Eutocius d'Ascalon*. Französisch, übersetzt und kommentiert von P. Ver Eecke. Erste Auflage Brügge 1921, zweite Auflage Paris 1960.

## Archimedes and the stability of ships

### Summary

Archimedes, an outstanding mathematician, natural scientist and engineer of antiquity, is widely known for having established the hydrostatic principle of the balance between the buoyancy and displacement forces of floating bodies. Much less well-known, however, are his equally significant achievements in the development of a criterion for the hydrostatic stability of such bodies and thus of ships, comparable in a sense to the concept of a positive lever arm of the righting aspect of these forces. This lack of fame is surprising, considering that his unusual ideas on stability, demonstrated in the example of the simple form of a rotation paraboloid, appeared in the same extant treatise that contains the basic principle of hydrostatics: *On Floating Bodies*. Yet Archimedes' treatises are seldom read carefully. The study at hand therefore takes a closer look at the treatises on which his contributions to the subject are based. An explanation is provided for his ability to calculate lever arms despite the fact that he did not have the methods of integral calculus at his disposal. Finally the article provides an account of the adventurous paths by which this nearly forgotten knowledge of Archimedes reached modern times, and how it contributed to the re-establishment of the stability theory, above all by Pierre Bouguer and Leonhard Euler. Within this context, light is shed upon those aspects of the knowledge of antiquity that serve as the roots for our present-day understanding of the stability of ships.

## Archimède et la stabilité des navires

### Résumé

Archimède, remarquable mathématicien, savant et ingénieur de l'Antiquité, est largement connu pour sa découverte du principe hydrostatique de l'équilibre entre la force ascensionnelle et la force de pression des corps flottants. Nettement moins connus bien que tout aussi importants, sont ses travaux dans le domaine du développement d'un critère pour la stabilité hydrostatique des corps flottants, et par-là même également des navires, pour ainsi dire d'après le concept d'un bras de levier positif du

moment de redressement de ces forces. Cependant, ses idées originelles sur la stabilité se trouvent démontrées grâce au simple exemple d'un paraboloïde rotatif dans les mêmes écrits «Traité des corps flottants» que le principe de base de l'hydrostatique. Mais les écrits d'Archimède sont rarement lus avec attention. C'est pourquoi les plus importants d'entre eux, dans lesquels sa contribution aura trait à ces questions, seront donc ici l'objet d'une relecture approfondie. Il y sera expliqué comment il a pu calculer des leviers, sans pouvoir recourir aux méthodes du calcul intégral. Enfin, il sera relaté par quels aventureux chemins ce savoir d'Archimède, autrefois pratiquement oublié, atteignit les Temps Modernes et comment il contribua, à l'époque moderne, au renouveau de la théorie de la stabilité, principalement sous l'impulsion de Piere Bouguer et de Leonhard Euler. Il sera ainsi démontré quelles sont les connaissances de l'Antiquité à la base de notre compréhension actuelle de la stabilité des navires.